IDEOs
Centro de Investigación
y Producción Científica

Enseñar geometría descriptiva con el método Polya

Una propuesta didáctica basada en evidencia para estudiantes de ingeniería

Fundamentos, intervención y resultados de una experiencia en educación superior



Fausto David Ramírez Morales
Jorge Antonio Pereyra Salazar
Jorge Luis Rojas Rojas

Enseñar geometría descriptiva con el método Polya

Una propuesta didáctica basada en evidencia para estudiantes de ingeniería

Fundamentos, intervención y resultados de una experiencia en educación superior

Editor

IDEOs
Centro de Investigación y Producción Científica

Enseñar geometría descriptiva con el método Polya

Una propuesta didáctica basada en evidencia para estudiantes de ingeniería. Fundamentos, intervención y resultados de una experiencia en educación superior

Fausto David Ramírez Morales, Jorge Antonio Pereyra Salazar, Jorge Luis Rojas Rojas

Editado por

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y PRODUCCIÓN CIENTÍFICA
IDEOS E.I.R.L

Dirección: Calle Teruel N° 292, Urb. Las Américas - Miraflores-Perú

RUC: 20606452153

Primera edición digital, Mayo de 2026

Libro electrónico disponible en www.tecnohumanismo.online

ISBN: 978-612-5241-26-9

Depósito Legal N°: 202605444

ISBN 978-612-5241-26-9
9 786125 241269

CC BY

Fausto David Ramírez Morales

framirezm@unmsm.edu.pe

https://orcid.org/0000-0002-3301-5706

Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima – Perú

Jorge Antonio Pereyra Salazar

jpereyras@unmsm.edu.pe

https://orcid.org/0000-0001-6530-5137

Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima – Perú

Jorge Luis Rojas Rojas

jrojasr4@unmsm.edu.pe

https://orcid.org/0000-0002-3209-9637

Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima – Perú

ÍNDICE

ÍNDICE 3
PRÓLOGO 8
INTRODUCCIÓN 10
PARTE I: FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y PROBLEMA EDUCATIVO 13
CAPÍTULO 1 14
1.1. Naturaleza epistemológica y formativa de la geometría descriptiva 14
1.2. Dificultades cognitivas en el aprendizaje: abstracción y visualización espacial 15
1.3. Limitaciones de la enseñanza tradicional en contextos universitarios 16
1.4. Impacto en el rendimiento académico y la deserción estudiantil 16
1.5. La necesidad de un cambio metodológico: hacia enfoques activos 17
CAPÍTULO 2 19
2.1. La resolución de problemas como eje del aprendizaje 19
2.2. Enfoques cognitivistas y constructivistas en la enseñanza de la resolución de problemas 20
2.2.1. Enfoque cognitivista 20
2.2.2. Enfoque constructivista 21
2.3. Aprendizaje significativo y metacognición 23
2.3.1. La integración del aprendizaje significativo con el Método Polya 24
2.3.2. La metacognición y la autorregulación del aprendizaje 24
2.3.3. Estrategias didácticas para favorecer el aprendizaje significativo y la metacognición 25
2.3.4. Vinculación entre aprendizaje significativo, metacognición y resolución de problemas complejos 26
2.4. La heurística como estrategia de pensamiento 26
2.5. El rol del docente como mediador del aprendizaje 27
2.5.1. Mediación docente desde la perspectiva sociocultural 27
2.5.2. Diseño de situaciones problemáticas significativas 28

2.5.3. Mediación y trabajo colaborativo 29
2.5.4. Integración con el Método Polya y estrategias heurísticas 29
2.5.5. Competencias docentes requeridas 30
CAPÍTULO 3 31
3.1. Origen y evolución del método 31
3.2. Fundamentos heurísticos del método 32
3.3. Fases del Método Polya: comprender, planificar, ejecutar y revisar 32
3.4. Estrategias heurísticas aplicadas en contextos educativos 33
3.5. Evidencia empírica en educación superior 34
3.6. Relación con el desarrollo de competencias en ingeniería 35
CAPÍTULO 4 36
4.1. El concepto de competencia en la formación en ingeniería 36
4.2. La competencia de resolución de problemas 37
4.3. Particularidades de la resolución de problemas en geometría descriptiva 37
4.4. Tipología de problemas en geometría descriptiva 38
4.4.1. Problemas de forma 38
4.4.2. Problemas de dimensión 39
4.4.3. Problemas de posición relativa 39
4.5. Procesos cognitivos involucrados en la resolución de problemas 39
PARTE II: INVESTIGACIÓN APLICADA 41
CAPÍTULO 5 42
5.1. Contexto institucional 42
5.2. Características de los participantes 42
5.3. Enfoque y diseño de la investigación 43
5.4. Descripción de la intervención pedagógica 44
5.5. Instrumentos de evaluación 44
5.6. Validez y confiabilidad de los instrumentos 45
5.7. Criterios de análisis de datos 45
CAPÍTULO 6 47
6.1. Estructura de la secuencia didáctica 47

6.2. Organización de las 20 sesiones de aprendizaje....48
6.3. Estrategias de enseñanza utilizadas....51
6.4. Ejemplos de actividades desarrolladas....51
6.5. Mediación docente en el proceso de aprendizaje....53
6.6. Uso de heurísticas en el aula....53
6.7. Retroalimentación y seguimiento del aprendizaje....54
CAPÍTULO 7....55
7.1. Presentación de los resultados....55
7.2. Dominio del Método Polya tras la intervención....55
7.3. Análisis por fases del Método Polya....56
7.3.1. Fase de comprensión....56
7.3.2. Fase de planificación....56
7.3.3. Fase de ejecución....57
7.3.4. Fase de revisión....58
7.4. Competencia de resolución de problemas en geometría descriptiva....59
7.4.1. Situación inicial....59
7.4.2. Resultados posteriores a la intervención....61
7.5. Análisis de tendencia central....62
7.6. Resultados por tipo de problema....63
7.6.1. Problemas de forma....63
7.6.2. Problemas de dimensión....65
7.6.3. Problemas de posición relativa....66
7.7. Análisis inferencial....67
7.7.1. Hipótesis general....67
7.7.2. Hipótesis específicas....67
7.8. Interpretación pedagógica de los hallazgos....68
CAPÍTULO 8....69
8.1. Interpretación integral de los resultados....69
8.2. Discusión desde el enfoque heurístico y constructivista....69

8.3. Dimensión metacognitiva y autorregulación del aprendizaje 70
8.4. Análisis diferenciado por tipo de problema 71
8.5. Validación estadística y consistencia de los resultados.....72
8.6. Implicancias pedagógicas y curriculares 72
8.7. Limitaciones y proyecciones de investigación 73
PARTE III: APORTE Y TRANSFERENCIA DOCENTE.....74
CAPÍTULO 9 75
9.1. Principios de implementación 75
9.2. Diseño de sesiones de aprendizaje 76
9.3. Estrategias didácticas para cada fase del método 77
9.4. Errores frecuentes en la aplicación del Método Polya 80
9.5. Evaluación del aprendizaje desde el enfoque del Método Polya 80
9.6. Recomendaciones para la implementación 81
9.7. Recursos complementarios para la implementación del Método Polya.....82
9.7.1. Guía de preguntas heurísticas por fase 82
9.7.2. Ejemplo de secuencia didáctica 84
9.7.3. Modelo de rúbrica de evaluación..... 84
9.7.4. Ejemplo de problema aplicado en geometría descriptiva 85
9.7.5. Uso de recursos digitales 85
9.7.6. Instrumentos de seguimiento del aprendizaje..... 85
CAPÍTULO 10 87
10.1. Fundamentación epistemológica y pedagógica del modelo 87
10.2. Estructura conceptual del modelo 91
10.3. Articulación entre teoría, intervención y evidencia empírica.....96
10.4. Representación operativa del modelo.....101
10.4.1. Dimensión de entrada: activación cognitiva y problematización .. 102
10.4.2. Dimensión de proceso: arquitectura cognitiva de la resolución de problemas..... 103
10.4.3. Dimensión de mediación: regulación pedagógica del proceso..... 104

10.4.4. Dimensión de salida: resultados del aprendizaje y transferencia .. 105

10.4.5. Lógica sistémica y recursiva del modelo 106

10.5. Condiciones de implementación y escalabilidad.....106

10.5.1. Condiciones pedagógicas para la implementación 106

10.5.2. Condiciones curriculares e institucionales..... 109

10.5.3. Escalabilidad del modelo didáctico 110

10.5.4. Barreras y desafíos para la implementación 111

10.5.5. Síntesis estratégica..... 112

10.6. Alcances, limitaciones y proyección del modelo 112

10.7. Valor del modelo como aporte científico y pedagógico.....113

CONCLUSIONES 115

REFERENCIAS 120

APÉNDICES 129

Apéndice A. Ficha de instrumento de recolección de datos.....129

Apéndice B. Rúbrica de evaluación 130

Apéndice C. Sesión de aprendizaje 131

Apéndice D. Muestra de problemas trabajados.....132

PRÓLOGO

La enseñanza de la **geometría descriptiva** ha representado, históricamente, uno de los mayores desafíos en la formación de ingenieros. No se trata únicamente de transmitir contenidos técnicos, sino de propiciar el desarrollo de capacidades cognitivas complejas, como la **visualización espacial**, el **razonamiento abstracto** y la **resolución estructurada de problemas**. En este contexto, las metodologías tradicionales, centradas en la exposición y la repetición de procedimientos, han demostrado ser insuficientes para responder a las demandas formativas contemporáneas, que requieren la construcción activa del conocimiento y la aplicación reflexiva de estrategias cognitivas y metacognitivas.

El libro que el lector tiene en sus manos surge de la necesidad de repensar la enseñanza de la geometría descriptiva, integrando investigación educativa y práctica docente. A través de la implementación del Método Polya, el autor propone no solo un análisis del impacto en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas, sino también una experiencia pedagógica sistematizada, replicable y fundamentada en evidencia empírica. Esta obra se distingue por su carácter práctico y formativo, orientado a guiar a docentes y estudiantes en un aprendizaje activo y reflexivo.

Uno de los méritos más destacados de esta obra es su capacidad para trascender el formato de tesis académica y convertirse en una propuesta didáctica integral. El autor logra integrar fundamentos teóricos, diseño metodológico, intervención pedagógica y análisis de resultados en una narrativa coherente y aplicable a la educación universitaria. Al poner al estudiante en el centro del proceso educativo, se promueve su rol como sujeto activo, capaz de construir conocimiento mediante estrategias heurísticas, reflexión metacognitiva y trabajo colaborativo.

En un contexto donde la educación en ingeniería exige cada vez más el desarrollo de competencias complejas, esta obra ofrece **herramientas concretas para transformar la práctica docente**. Su enfoque es, por tanto, no solo pertinente, sino también necesario, pues contribuye a **reducir la brecha entre teoría y práctica** en la enseñanza de disciplinas altamente abstractas y complejas.

Finalmente, este libro se convierte en una invitación a docentes, investigadores y estudiantes a **reflexionar, cuestionar y transformar las prácticas pedagógicas**. Su lectura proporciona claves para innovar en la enseñanza universitaria y fortalecer la formación de profesionales capaces de enfrentar desafíos técnicos y cognitivos de manera autónoma y estratégica.

INTRODUCCIÓN

En el contexto contemporáneo, la educación superior enfrenta el desafío de formar profesionales capaces de desenvolverse en entornos cada vez más complejos, dinámicos y globalizados. Las transformaciones del mercado laboral del siglo XXI han puesto en evidencia la necesidad de desarrollar competencias transversales como el pensamiento crítico, la resolución de problemas, la creatividad y la adaptabilidad, las cuales resultan esenciales para la toma de decisiones en escenarios inciertos. En este sentido, los procesos de enseñanza-aprendizaje deben superar los enfoques tradicionales centrados en la transmisión pasiva del conocimiento y orientarse hacia metodologías activas que promuevan un aprendizaje significativo y autónomo.

Dentro de este marco, la educación matemática adquiere un papel fundamental en la formación universitaria, particularmente en las carreras de ingeniería. No solo contribuye al desarrollo cognitivo, sino que también fortalece habilidades analíticas y de razonamiento lógico indispensables para interpretar información, modelar situaciones y resolver problemas en diversos contextos. Sin embargo, a pesar de su relevancia, la enseñanza de las matemáticas en el ámbito universitario continúa, en muchos casos, anclada en prácticas pedagógicas tradicionales, caracterizadas por la exposición magistral de contenidos, la resolución de ejemplos por parte del docente y la asignación posterior de ejercicios rutinarios.

Este enfoque limita la participación activa del estudiante y reduce las oportunidades de interacción significativa con los contenidos, lo que dificulta la construcción de aprendizajes profundos. En consecuencia, los estudiantes tienden a reproducir procedimientos sin comprender plenamente los conceptos subyacentes, lo que genera desmotivación, bajo rendimiento académico y una desconexión entre lo aprendido y su aplicación en contextos reales. Diversas evidencias empíricas han señalado que estas dificultades se intensifican durante la transición del ámbito escolar al universitario, donde se incrementan las exigencias cognitivas sin que necesariamente se modifiquen las estrategias de enseñanza.

En efecto, estudios recientes han reportado tasas significativas de deserción y bajo rendimiento en cursos de contenido matemático durante los primeros años de formación

universitaria, asociadas, entre otros factores, a la aplicación de metodologías poco activas y a un insuficiente acompañamiento docente. Esta situación evidencia la necesidad de replantear las estrategias pedagógicas en la educación superior, incorporando enfoques que favorezcan el aprendizaje activo, la participación del estudiante y el desarrollo de competencias complejas.

En este contexto, la geometría descriptiva, como asignatura fundamental en la formación de ingenieros, presenta desafíos particulares. Se trata de una disciplina que exige el desarrollo de la inteligencia espacial, así como la capacidad de representar, interpretar y relacionar objetos tridimensionales en el plano bidimensional. Estos procesos implican un alto nivel de abstracción y la movilización de habilidades cognitivas avanzadas, lo que la convierte en una de las áreas de mayor dificultad para los estudiantes. Cuando estas exigencias no son abordadas mediante estrategias didácticas adecuadas, se incrementan los niveles de repitencia y se afecta negativamente la trayectoria académica de los estudiantes.

Frente a este escenario, resulta imprescindible promover enfoques pedagógicos que trasciendan el aprendizaje superficial y fortalezcan la competencia de resolución de problemas. Diversas propuestas han explorado alternativas como el uso de recursos tecnológicos, modelos tridimensionales y metodologías activas; sin embargo, una de las aproximaciones más consistentes en este campo es la basada en la resolución de problemas como eje del aprendizaje. En este marco, el Método Polya se presenta como una estrategia didáctica pertinente, al ofrecer una estructura sistemática que orienta al estudiante a través de las fases de comprensión, planificación, ejecución y revisión de soluciones.

La aplicación de este método no solo facilita el abordaje de problemas matemáticos, sino que también promueve el desarrollo del pensamiento lógico, la autonomía y la metacognición. En el ámbito de la geometría descriptiva, su implementación permite estructurar el proceso de resolución de problemas espaciales complejos, favoreciendo una comprensión más profunda de los contenidos y una mayor capacidad de transferencia a situaciones nuevas.

En este sentido, el presente libro tiene como propósito presentar una propuesta didáctica basada en evidencia para la enseñanza de la geometría descriptiva en estudiantes de ingeniería. A partir de la integración de fundamentos teóricos, diseño metodológico y resultados empíricos, se busca no solo analizar una problemática educativa, sino también ofrecer alternativas concretas para su mejora.

El aporte de la obra se articula en tres dimensiones. En primer lugar, proporciona un marco teórico que integra enfoques contemporáneos sobre la resolución de problemas, el aprendizaje significativo y la heurística, destacando el potencial del Método Polya como estrategia pedagógica. En segundo lugar, expone el diseño y la implementación de una experiencia pedagógica de carácter cuasiexperimental, desarrollada en un contexto universitario real, que permite evidenciar el impacto del método en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas en geometría descriptiva. Finalmente, propone orientaciones didácticas y un modelo de intervención que pueden ser replicados y adaptados en distintos contextos educativos, contribuyendo así a la innovación en la enseñanza de la ingeniería.

El libro se organiza en tres partes. La primera aborda los fundamentos teóricos y el problema educativo, analizando las dificultades en la enseñanza de la geometría descriptiva y los enfoques de la resolución de problemas, así como el sustento del Método Polya. La segunda parte presenta la investigación aplicada, incluyendo el diseño de la experiencia pedagógica, la intervención didáctica y los resultados obtenidos, junto con su respectiva discusión. La tercera parte se orienta a la transferencia del conocimiento, proponiendo una estrategia didáctica y un modelo basado en el Método Polya que sintetiza los hallazgos y ofrece herramientas para su implementación en la práctica docente.

De este modo, la obra busca contribuir al fortalecimiento de la enseñanza de la geometría descriptiva en la educación superior, promoviendo una formación más pertinente, reflexiva y orientada al desarrollo de competencias en los futuros profesionales de ingeniería.

PARTE I: FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y PROBLEMA EDUCATIVO

CAPÍTULO 1

EL DESAFÍO DE ENSEÑAR GEOMETRÍA DESCRIPTIVA EN LA UNIVERSIDAD

1.1. NATURALEZA EPISTEMOLÓGICA Y FORMATIVA DE LA GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

La geometría descriptiva constituye una de las disciplinas fundamentales en la formación de ingenieros, en tanto posibilita la representación rigurosa de objetos tridimensionales en el plano bidimensional mediante sistemas de proyección. Su relevancia no se limita al dominio técnico de procedimientos gráficos, sino que se extiende al desarrollo de capacidades cognitivas complejas vinculadas con la visualización espacial, la abstracción y el razonamiento geométrico.

Desde una perspectiva epistemológica, esta disciplina se sitúa en la intersección entre la matemática pura y su aplicación técnica, configurándose como un lenguaje gráfico que permite modelar, comunicar y resolver problemas espaciales propios de la ingeniería y la arquitectura. En este sentido, su aprendizaje implica no solo la adquisición de conocimientos declarativos, sino también el desarrollo de habilidades procedimentales y estratégicas orientadas a la resolución de problemas.

Tal como señalan Duval (1999) y Arcavi (2003), la comprensión en matemáticas —y particularmente en geometría— depende en gran medida de la capacidad de movilizar distintos registros de representación semiótica. En el caso de la geometría descriptiva, esto implica la transición constante entre representaciones bidimensionales (planos, proyecciones) y estructuras tridimensionales mentales, lo cual constituye un proceso cognitivo altamente exigente.

En consecuencia, la enseñanza de esta disciplina no puede reducirse a la transmisión de algoritmos gráficos, sino que debe orientarse a la construcción de

significados y a la articulación entre representación, interpretación y transformación de objetos geométricos.

1.2. DIFICULTADES COGNITIVAS EN EL APRENDIZAJE: ABSTRACCIÓN Y VISUALIZACIÓN ESPACIAL

Uno de los principales obstáculos en el aprendizaje de la geometría descriptiva radica en el nivel de abstracción que exige. Los estudiantes deben ser capaces de imaginar configuraciones espaciales a partir de representaciones planas, anticipar transformaciones y establecer relaciones entre distintos elementos geométricos. Este proceso requiere el desarrollo de la denominada inteligencia espacial, entendida como la capacidad de percibir, manipular y transformar mentalmente objetos en el espacio (Gardner, 1983).

Diversas investigaciones han evidenciado que una proporción significativa de estudiantes universitarios presenta dificultades en el desarrollo de estas habilidades, lo que repercute directamente en su desempeño académico (Sorby, 2009). Estas limitaciones se manifiestan en la incapacidad para interpretar correctamente proyecciones, identificar relaciones geométricas o comprender la correspondencia entre distintas vistas de un mismo objeto.

Desde la teoría de los registros de representación semiótica, Duval (1999) sostiene que la principal dificultad en matemáticas no radica en los conceptos en sí mismos, sino en la coordinación entre diferentes formas de representación. En el caso de la geometría descriptiva, esta dificultad se intensifica debido a la necesidad de articular simultáneamente lo gráfico, lo simbólico y lo espacial.

Asimismo, el carácter abstracto de la disciplina implica que muchos de sus conceptos no poseen una referencia empírica inmediata, lo que dificulta su comprensión cuando no se emplean estrategias didácticas adecuadas. En este sentido, la ausencia de mediaciones pedagógicas que faciliten la construcción progresiva del conocimiento puede generar aprendizajes fragmentados y superficiales.

1.3. LIMITACIONES DE LA ENSEÑANZA TRADICIONAL EN CONTEXTOS UNIVERSITARIOS

A pesar de la complejidad cognitiva que implica la geometría descriptiva, su enseñanza en el ámbito universitario ha estado tradicionalmente dominada por enfoques expositivos centrados en el docente. Este modelo, heredero de una concepción transmisiva del conocimiento, se caracteriza por la presentación de contenidos, la resolución de ejemplos por parte del profesor y la asignación de ejercicios para su reproducción por parte del estudiante.

Desde la perspectiva de la educación matemática, este enfoque ha sido ampliamente cuestionado por su limitada capacidad para promover la comprensión profunda y el desarrollo de competencias (Brousseau, 1997; Schoenfeld, 1985). En particular, se ha señalado que la enseñanza basada en la repetición de procedimientos tiende a generar aprendizajes mecánicos, desvinculados de la comprensión conceptual y de la capacidad de transferir conocimientos a situaciones nuevas.

En el caso específico de la educación en ingeniería, Prince y Felder (2006) destacan que los métodos tradicionales resultan insuficientes para desarrollar habilidades como el pensamiento crítico y la resolución de problemas, las cuales son esenciales en la formación profesional. En este sentido, la persistencia de prácticas pedagógicas centradas en la exposición limita la participación activa del estudiante y reduce las oportunidades de aprendizaje significativo.

Esta situación coincide con lo evidenciado en diversos estudios empíricos, donde se reporta que los estudiantes enfrentan dificultades para comprender los contenidos matemáticos debido al bajo dinamismo de las clases y a la escasa interacción con los objetos de aprendizaje. Como consecuencia, se genera desmotivación, bajo rendimiento académico y una débil apropiación del conocimiento.

1.4. IMPACTO EN EL RENDIMIENTO ACADÉMICO Y LA DESERCIÓN ESTUDIANTIL

Las limitaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría descriptiva tienen efectos directos en el rendimiento académico de los estudiantes. En

muchos contextos universitarios, esta asignatura presenta altos índices de desaprobación, especialmente en los primeros ciclos de formación, donde los estudiantes aún se encuentran en proceso de adaptación a las exigencias del entorno académico.

Diversos estudios han señalado que las dificultades en cursos de base matemática constituyen uno de los principales factores asociados a la deserción estudiantil en la educación superior. En particular, la falta de comprensión de los contenidos y la incapacidad para resolver problemas generan frustración, disminuyen la motivación y afectan la percepción de autoeficacia del estudiante (Tinto, 2012).

En el contexto latinoamericano, se ha reportado que un porcentaje significativo de estudiantes abandona sus estudios en los primeros años debido a dificultades en asignaturas matemáticas, lo que evidencia la necesidad de intervenir en los procesos de enseñanza para mejorar la retención y el éxito académico. Estos hallazgos coinciden con la evidencia presentada en la investigación que sustenta esta obra, donde se identifican problemas similares en el aprendizaje de la geometría descriptiva en estudiantes de ingeniería.

1.5. LA NECESIDAD DE UN CAMBIO METODOLÓGICO: HACIA ENFOQUES ACTIVOS

Frente a las limitaciones del enfoque tradicional, se ha consolidado en las últimas décadas un consenso en torno a la necesidad de incorporar metodologías activas en la enseñanza universitaria. Estas metodologías se caracterizan por situar al estudiante en el centro del proceso de aprendizaje, promoviendo su participación activa, la construcción del conocimiento y el desarrollo de competencias.

En el ámbito de la educación en ingeniería, enfoques como el aprendizaje basado en problemas, el aprendizaje por proyectos y el aula invertida han demostrado ser efectivos para mejorar el rendimiento académico y fomentar habilidades de orden superior (Prince & Felder, 2006). En particular, la resolución de problemas se ha posicionado como un eje articulador del aprendizaje, en tanto permite integrar conocimientos, habilidades y actitudes en situaciones significativas.

Desde la perspectiva de Polya (1965), la enseñanza de las matemáticas debe orientarse a formar "pensadores independientes", capaces de abordar problemas de manera estructurada y reflexiva. Esta concepción implica un cambio profundo en el rol del docente, quien deja de ser un transmisor de conocimientos para convertirse en un mediador del aprendizaje, facilitando el desarrollo de estrategias cognitivas y metacognitivas en los estudiantes.

En este contexto, la incorporación de enfoques basados en la resolución de problemas se presenta como una alternativa pertinente para abordar las dificultades en la enseñanza de la geometría descriptiva. No se trata únicamente de enseñar contenidos, sino de diseñar experiencias de aprendizaje que permitan a los estudiantes comprender, analizar y resolver problemas de manera autónoma.

En consecuencia, el desafío actual no radica únicamente en qué enseñar, sino en cómo enseñar de manera que se favorezca el desarrollo de competencias complejas. Este desafío constituye el punto de partida de la presente obra, la cual propone una aproximación didáctica basada en el Método Polya como estrategia para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la geometría descriptiva en la educación superior.

CAPÍTULO 2

ENFOQUES TEÓRICOS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

2.1. LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO EJE DEL APRENDIZAJE

En el ámbito de la educación matemática y, particularmente, en la formación en ingeniería, la resolución de problemas se ha consolidado como un eje central del proceso de enseñanza-aprendizaje. Lejos de constituir una actividad complementaria o meramente evaluativa, resolver problemas implica la movilización integrada de conocimientos, habilidades cognitivas y estrategias metacognitivas orientadas a enfrentar situaciones nuevas o no rutinarias.

Desde una perspectiva clásica, Polya (1965) plantea que la resolución de problemas no consiste únicamente en encontrar una respuesta correcta, sino en comprender el proceso que conduce a dicha solución. En este sentido, aprender matemáticas implica aprender a pensar, a formular preguntas, a explorar alternativas y a tomar decisiones fundamentadas. Esta concepción desplaza el énfasis desde la repetición de procedimientos hacia el desarrollo de competencias intelectuales superiores.

De manera complementaria, Schoenfeld (1985) sostiene que la resolución de problemas constituye un proceso complejo que involucra no solo conocimientos matemáticos, sino también creencias, actitudes y estrategias de control cognitivo. En este marco, el éxito en la resolución de problemas depende tanto del dominio conceptual como de la capacidad del estudiante para planificar, monitorear y evaluar su propio proceso de pensamiento.

En el contexto de la educación en ingeniería, esta perspectiva adquiere especial relevancia, dado que los profesionales deben enfrentar situaciones problemáticas abiertas, ambiguas y multidimensionales. Por ello, la formación universitaria debe promover

experiencias de aprendizaje que permitan a los estudiantes desarrollar habilidades de análisis, modelación y toma de decisiones, más allá de la simple aplicación de fórmulas o algoritmos.

2.2. ENFOQUES COGNITIVISTAS Y CONSTRUCTIVISTAS EN LA ENSEÑANZA DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El aprendizaje de la resolución de problemas ha sido abordado desde diversas perspectivas teóricas, siendo las más influyentes el **cognitivismo** y el **constructivismo**. Ambas coinciden en considerar al estudiante como un **agente activo del aprendizaje**, pero difieren en la forma en que se conceptualiza la adquisición de conocimiento y la construcción de estrategias de resolución.

El análisis de estos enfoques permite comprender cómo se organiza la enseñanza de la resolución de problemas en contextos complejos, como la geometría descriptiva, donde se requiere no solo manipulación de información visual y espacial, sino también desarrollo de habilidades cognitivas superiores y pensamiento estratégico.

2.2.1. Enfoque cognitivista

Desde la perspectiva cognitivista, el aprendizaje se concibe como un **proceso interno de procesamiento de información**, donde los estudiantes organizan, codifican y recuperan conocimientos para aplicarlos de manera efectiva en situaciones problemáticas (Anderson, 1983; Mayer, 1992). La resolución de problemas implica activar **esquemas cognitivos**, aplicar reglas heurísticas y transformar la información inicial en soluciones coherentes y verificables.

En este enfoque, el estudiante se concibe como un **procesador de información**, capaz de almacenar patrones, estructuras y procedimientos que posteriormente puede reutilizar. La enseñanza, en consecuencia, se centra en **facilitar la organización mental del conocimiento**, promoviendo la comprensión de conceptos, la estructuración de datos y la planificación sistemática de estrategias de resolución.

Aplicación en geometría descriptiva:

- Al analizar la intersección de dos cuerpos geométricos, el estudiante debe identificar los planos de referencia, reconocer las líneas de proyección y aplicar una secuencia lógica de transformaciones.
- La resolución de problemas involucra no solo la ejecución mecánica de los procedimientos, sino la **anticipación de resultados** y la verificación de la coherencia de las soluciones obtenidas.
- Las herramientas cognitivas, como esquemas de análisis espacial y diagramas de flujo, permiten organizar la información y reducir la carga cognitiva, facilitando el aprendizaje autónomo.

El enfoque cognitivista también enfatiza la **retroalimentación inmediata** y la práctica deliberada. Según Sweller (1988), la teoría de la carga cognitiva resalta la necesidad de diseñar problemas que optimicen el procesamiento mental, evitando la sobrecarga y promoviendo la consolidación de estrategias eficaces.

Además, el cognitivismo distingue entre **conocimiento declarativo, procedimental y condicional**, esenciales para la resolución de problemas:

- **Declarativo:** comprender qué es un objeto geométrico, sus propiedades y relaciones.
- **Procedimental:** saber cómo ejecutar construcciones y transformaciones.
- **Condicional:** saber cuándo y por qué aplicar una estrategia o procedimiento determinado.

En la geometría descriptiva, los estudiantes deben desarrollar los tres tipos de conocimiento de manera integrada, lo que les permite **adaptar estrategias a problemas nuevos y complejos**, más allá de la memorización de procedimientos rutinarios.

2.2.2. Enfoque constructivista

El constructivismo plantea que el conocimiento **no se transmite pasivamente**, sino que se **construye activamente** mediante la interacción del estudiante con su entorno

y la reflexión sobre sus propias experiencias (Piaget, 1970; von Glasersfeld, 1995). En este marco, la resolución de problemas se considera un **vehículo de aprendizaje**, ya que obliga al estudiante a confrontar ideas previas, generar hipótesis y reorganizar sus estructuras cognitivas.

La **teoría sociocultural de Vygotsky (1978)** introduce el concepto de **zona de desarrollo próximo (ZDP)**, que describe la distancia entre el nivel de desarrollo real del estudiante y el nivel potencial que puede alcanzar con apoyo. La enseñanza, desde este enfoque, se centra en:

- **Mediación docente:** proporcionar andamiajes y orientación estratégica para que el estudiante pueda desarrollar habilidades complejas.
- **Interacción social:** aprendizaje a través de la colaboración, el diálogo y la negociación de significados.
- **Construcción progresiva:** permitir que los estudiantes internalicen estrategias y conocimientos a medida que avanzan en la práctica guiada.

Aplicación en geometría descriptiva:

- Los estudiantes trabajan en la construcción de representaciones tridimensionales a partir de proyecciones bidimensionales, desarrollando comprensión espacial mediante la manipulación de objetos virtuales o maquetas físicas.
- Se promueve la **experimentación y comparación de alternativas**, donde se contrastan resultados, se discuten errores y se proponen soluciones innovadoras.
- Los problemas abiertos permiten que los estudiantes **exploren múltiples caminos de solución**, fomentando la creatividad y la autonomía en la toma de decisiones.

En el enfoque constructivista, la resolución de problemas se convierte en un **proceso reflexivo y social**, donde el aprendizaje significativo surge de la interacción con otros, del debate sobre estrategias y de la confrontación con dificultades cognitivas. Los estudiantes aprenden a **transferir conocimientos y estrategias a nuevos problemas**,

desarrollando competencias de pensamiento crítico, análisis espacial y planificación estratégica.

Además, el constructivismo integra la **metacognición y la autorregulación**, fomentando que los estudiantes:

- Planifiquen sus acciones antes de ejecutar procedimientos.
- Monitoreen su progreso durante la resolución de problemas.
- Evalúen la eficacia de las estrategias utilizadas y ajusten sus decisiones según los resultados.

En síntesis, mientras que el cognitivismo enfatiza la **organización interna de la información y la aplicación sistemática de estrategias**, el constructivismo destaca la **construcción activa, la interacción social y la reflexión sobre la propia práctica**. La combinación de ambos enfoques permite diseñar experiencias de aprendizaje en geometría descriptiva que sean **estructuradas, significativas y centradas en el desarrollo integral de competencias espaciales y cognitivas**.

2.3. APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO Y METACOGNICIÓN

El concepto de **aprendizaje significativo**, desarrollado por Ausubel (2002), constituye uno de los pilares fundamentales para comprender los procesos de enseñanza-aprendizaje. Según este autor, el aprendizaje ocurre de manera significativa cuando los nuevos conocimientos se relacionan de forma sustantiva y no arbitraria con los conocimientos previos del estudiante. Esto significa que el alumno no solo memoriza información, sino que **integra los contenidos en estructuras cognitivas preexistentes**, construyendo esquemas más complejos y duraderos que facilitan la comprensión, retención y transferencia del conocimiento.

En el ámbito de la **resolución de problemas**, el aprendizaje significativo implica que el estudiante no solo aplique procedimientos mecánicos, sino que **comprenda los principios subyacentes** que sustentan dichos procedimientos y pueda transferirlos a situaciones nuevas, abiertas o no rutinarias. Por ejemplo, en geometría descriptiva, comprender la relación entre planos, proyecciones y líneas auxiliares permite que un

estudiante no solo resuelva un problema específico, sino que **adapte las estrategias aprendidas a distintos escenarios espaciales**, aumentando su autonomía y capacidad de razonamiento.

2.3.1. La integración del aprendizaje significativo con el Método Polya

La enseñanza basada en el **Método Polya** se alinea de manera natural con el aprendizaje significativo, ya que cada fase del método —comprensión, planificación, ejecución y revisión— promueve la **reflexión activa sobre los contenidos y la relación con conocimientos previos**.

- **Comprensión del problema:** el estudiante conecta los datos y condiciones del problema con lo que ya sabe sobre representaciones y relaciones espaciales.
- **Planificación de estrategias:** se fomenta la generación de hipótesis y la selección de métodos que se relacionan con experiencias previas, consolidando estructuras cognitivas existentes.
- **Ejecución:** la aplicación de procedimientos se realiza con propósito y comprensión, evitando la memorización mecánica.
- **Revisión:** se promueve la evaluación crítica del proceso seguido y la identificación de errores, lo que refuerza la integración de conocimiento y aprendizaje autorregulado.

De esta manera, el aprendizaje significativo no solo **favorece la comprensión profunda**, sino que también potencia la **transferencia de estrategias** a nuevos problemas, especialmente en contextos complejos como la resolución de problemas espaciales.

2.3.2. La metacognición y la autorregulación del aprendizaje

La **metacognición**, entendida como la capacidad de reflexionar sobre el propio proceso de pensamiento, constituye un complemento esencial del aprendizaje significativo. Flavell (1979) la define como el **conocimiento y control que el individuo posee sobre sus propios procesos cognitivos**, permitiéndole planificar, monitorear y evaluar sus acciones de manera consciente.

En la práctica, los estudiantes que desarrollan habilidades metacognitivas son capaces de:

1. **Planificar:** anticipar los pasos necesarios para resolver un problema, seleccionando estrategias adecuadas según la complejidad y características del enunciado.

2. **Monitorear:** verificar la coherencia de sus acciones, identificar inconsistencias y ajustar procedimientos en tiempo real.

3. **Evaluar:** reflexionar sobre los resultados obtenidos y la eficacia de las estrategias aplicadas, generando aprendizajes para futuras situaciones problemáticas.

Schoenfeld (1985) enfatiza que los estudiantes metacognitivamente activos son más eficientes en la resolución de problemas, ya que no solo siguen pasos preestablecidos, sino que **analizan la pertinencia de las estrategias, aprenden de los errores y desarrollan pensamiento crítico**.

2.3.3. Estrategias didácticas para favorecer el aprendizaje significativo y la metacognición

Para promover ambos procesos en geometría descriptiva, se pueden implementar estrategias como:

- **Activación de conocimientos previos:** iniciar cada sesión con ejercicios o preguntas que conecten lo nuevo con experiencias anteriores.

- **Diarios de resolución de problemas:** registrar los pasos seguidos, decisiones tomadas y dificultades encontradas, fomentando la reflexión sobre el propio aprendizaje.

- **Autoevaluación y coevaluación:** incentivar a los estudiantes a evaluar sus soluciones y las de sus compañeros, reforzando la capacidad de juicio crítico.

- **Preguntas orientadoras del docente:** plantear interrogantes que guíen la reflexión, como “¿Por qué elegiste esta estrategia?”, “¿Existen alternativas más

eficientes?" o "¿Cómo se relaciona este problema con los conceptos aprendidos anteriormente?"

Estas estrategias contribuyen a que el estudiante **desarrolle autonomía, pensamiento estratégico y habilidades de aprendizaje autorregulado**, aspectos clave en la formación de ingenieros y profesionales capaces de enfrentar problemas complejos de manera reflexiva y efectiva.

2.3.4. Vinculación entre aprendizaje significativo, metacognición y resolución de problemas complejos

La combinación de **aprendizaje significativo y metacognición** permite que la resolución de problemas se convierta en un proceso **profundo y transformador**. En geometría descriptiva, esto se traduce en la capacidad del estudiante para:

- Reconocer patrones espaciales y relaciones geométricas.
- Planificar estrategias de construcción y proyección.
- Anticipar resultados y validar la coherencia de soluciones.
- Transferir lo aprendido a problemas nuevos o más complejos.

En síntesis, el aprendizaje significativo proporciona el **sustrato conceptual y cognitivo**, mientras que la metacognición ofrece **herramientas de control y autorregulación**, formando estudiantes capaces de enfrentar problemas abiertos con **eficiencia, creatividad y autonomía**.

2.4. LA HEURÍSTICA COMO ESTRATEGIA DE PENSAMIENTO

La heurística constituye un componente esencial en la resolución de problemas, en tanto se refiere al conjunto de estrategias, reglas empíricas y procedimientos que orientan la búsqueda de soluciones. A diferencia de los algoritmos, que garantizan una solución mediante una secuencia de pasos definidos, las heurísticas ofrecen guías flexibles que permiten abordar problemas no estructurados o complejos.

Polya (1965) sistematizó diversas estrategias heurísticas, tales como la analogía, la descomposición del problema, la generalización, la búsqueda de patrones y la

reformulación del problema. Estas estrategias no aseguran una solución inmediata, pero facilitan el proceso de exploración y aumentan la probabilidad de éxito.

Desde la perspectiva de Schoenfeld (1985), el uso efectivo de heurísticas depende de la capacidad del estudiante para seleccionar y aplicar estrategias adecuadas en función de la naturaleza del problema. Esto implica no solo conocer diversas heurísticas, sino también desarrollar habilidades metacognitivas que permitan evaluar su pertinencia.

En el caso de la geometría descriptiva, las heurísticas desempeñan un papel crucial, ya que los problemas suelen requerir la reinterpretación de representaciones, la identificación de relaciones espaciales y la elaboración de estrategias no rutinarias. Por ello, su enseñanza debe formar parte explícita del proceso educativo.

2.5. EL ROL DEL DOCENTE COMO MEDIADOR DEL APRENDIZAJE

El tránsito hacia enfoques educativos centrados en la **resolución de problemas** implica una redefinición profunda del rol del docente. Lejos de ser un mero transmisor de información, el docente asume la función de **mediador y facilitador del aprendizaje**, guiando a los estudiantes en la construcción activa de su conocimiento, promoviendo la reflexión, la toma de decisiones y el desarrollo de habilidades cognitivas y metacognitivas.

2.5.1. Mediación docente desde la perspectiva sociocultural

Desde la perspectiva sociocultural de Vygotsky (1978), el aprendizaje se desarrolla en la **interacción social** y mediante la **mediación de un adulto o experto**, quien proporciona **andamiajes** que permiten al estudiante avanzar desde su nivel actual hacia niveles superiores de comprensión. Estos andamiajes incluyen estrategias como:

- **Preguntas abiertas:** fomentan la reflexión crítica y la exploración de múltiples alternativas.
- **Modelado de estrategias:** el docente muestra procedimientos y heurísticas que los estudiantes pueden internalizar.

- **Retroalimentación formativa:** orienta el desempeño, destacando logros y corrigiendo errores de manera constructiva.
- **Promoción de la autorregulación:** guía a los estudiantes a planificar, monitorear y evaluar su propio aprendizaje.

El docente, como mediador, no entrega soluciones, sino que **facilita herramientas y contextos** que permiten a los estudiantes construir sus propias respuestas, desarrollando autonomía y pensamiento estratégico.

2.5.2. Diseño de situaciones problemáticas significativas

Para que la mediación sea efectiva, el docente debe **diseñar problemas auténticos y desafiantes**, que:

- Conecten con los conocimientos previos del estudiante.
- Promuevan la aplicación de conceptos teóricos a situaciones reales o simuladas.
- Requieran análisis, planificación y toma de decisiones, estimulando tanto el pensamiento crítico como la creatividad.

Por ejemplo, en geometría descriptiva, el docente puede plantear la construcción de un **proyecto arquitectónico tridimensional** a partir de planos bidimensionales, donde los estudiantes deben:

1. Interpretar correctamente los datos del enunciado.
2. Proponer estrategias de solución utilizando representaciones gráficas y técnicas de proyección.
3. Revisar y evaluar los resultados, identificando errores y proponiendo mejoras.

Este tipo de tareas integran conocimientos, habilidades técnicas y heurísticas, permitiendo al docente intervenir en distintos momentos según las necesidades de aprendizaje.

2.5.3. Mediación y trabajo colaborativo

El docente también desempeña un rol crucial en **la coordinación de actividades colaborativas**, donde los estudiantes discuten estrategias, comparan soluciones y aprenden unos de otros. En estos contextos, el docente actúa como:

- **Facilitador del diálogo:** fomenta la argumentación y el intercambio de ideas.
- **Observador y evaluador del proceso:** identifica dificultades comunes y ajusta la intervención pedagógica.
- **Motivador del aprendizaje activo:** estimula la participación, la perseverancia y la resolución conjunta de problemas complejos.

La interacción social no solo refuerza la comprensión, sino que también permite a los estudiantes internalizar **estrategias metacognitivas**, desarrollando habilidades de planificación, monitoreo y revisión de sus propios procesos.

2.5.4. Integración con el Método Polya y estrategias heurísticas

La mediación docente se complementa de manera natural con el **Método Polya**, ya que el docente guía a los estudiantes a lo largo de sus cuatro fases: comprensión, planificación, ejecución y revisión. En cada etapa, la intervención del docente puede incluir:

- Señalar relaciones conceptuales con conocimientos previos.
- Orientar la selección de heurísticas adecuadas (representación gráfica, analogías, descomposición de problemas).
- Incentivar la reflexión sobre decisiones tomadas y estrategias aplicadas.
- Promover la comparación de alternativas y la mejora continua del proceso.

De esta forma, la mediación docente no solo **optimiza la resolución de problemas**, sino que también fortalece la **competencia de aprendizaje autónomo y reflexivo**, esencial en la formación universitaria de ingenieros y profesionales de disciplinas técnico-científicas.

2.5.5. Competencias docentes requeridas

El rol de mediador requiere del docente **competencias múltiples**, que incluyen:

- **Dominio disciplinar:** conocimiento profundo de conceptos, técnicas y procedimientos de la geometría descriptiva.
- **Competencias pedagógicas:** capacidad para diseñar actividades significativas, utilizar estrategias didácticas activas y adaptar la enseñanza a diferentes perfiles de estudiantes.
- **Habilidades de evaluación formativa:** saber interpretar el desempeño, identificar errores conceptuales y promover la autoevaluación.
- **Capacidad de motivación y comunicación:** fomentar la participación activa, la curiosidad y la colaboración.

En síntesis, la mediación docente configura un **entorno de aprendizaje activo, reflexivo y colaborativo**, donde los estudiantes desarrollan **competencias cognitivas, metacognitivas y estratégicas**. En el contexto de la geometría descriptiva, esta mediación es indispensable para que los estudiantes logren **comprender representaciones espaciales complejas, aplicar estrategias heurísticas y transferir aprendizajes a problemas nuevos y abiertos**, cumpliendo con los objetivos de una educación orientada al desarrollo integral de competencias.

CAPÍTULO 3

EL MÉTODO POLYA Y SU POTENCIAL DIDÁCTICO

3.1. ORIGEN Y EVOLUCIÓN DEL MÉTODO

El Método Polya tiene su origen en los trabajos del matemático húngaro George Polya, quien, a mediados del siglo XX, desarrolló una propuesta sistemática para la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Su obra más influyente, *How to Solve It* (1945), marcó un punto de inflexión en la didáctica de las matemáticas al desplazar el foco desde la mera obtención de resultados hacia la comprensión de los modelos cognitivos implicados en la resolución de problemas.

Polya concebía la enseñanza de las matemáticas como una oportunidad para formar pensadores autónomos, capaces de enfrentar situaciones nuevas mediante el uso de estrategias flexibles. En este sentido, su propuesta no se limita a un conjunto de pasos mecánicos, sino que constituye un enfoque heurístico orientado a guiar el razonamiento del estudiante. A diferencia de los métodos tradicionales, centrados en la repetición de procedimientos, el Método Polya promueve la exploración, la formulación de hipótesis y la reflexión sobre el proceso de solución.

A lo largo de las décadas, la propuesta de Polya ha sido retomada y ampliada por diversos autores en el campo de la educación matemática. Investigadores como Schoenfeld (1985) han profundizado en los aspectos metacognitivos del método, destacando la importancia del control y la regulación del pensamiento durante la resolución de problemas. De este modo, el Método Polya ha evolucionado desde una propuesta heurística inicial hacia un marco teórico más amplio que integra dimensiones cognitivas, metacognitivas y afectivas del aprendizaje.

En el contexto de la educación superior, y particularmente en la formación en ingeniería, este enfoque ha cobrado especial relevancia, ya que permite estructurar el

proceso de resolución de problemas en disciplinas caracterizadas por su complejidad y alto nivel de abstracción, como la geometría descriptiva.

3.2. FUNDAMENTOS HEURÍSTICOS DEL MÉTODO

El concepto de heurística constituye el núcleo del Método Polya. Desde esta perspectiva, la resolución de problemas no se aborda mediante algoritmos rígidos, sino a través de estrategias flexibles que orientan el pensamiento del estudiante en situaciones inciertas o no estructuradas. Las heurísticas, en este sentido, funcionan como herramientas cognitivas que facilitan la exploración, la toma de decisiones y la construcción de soluciones.

Polya (1965) plantea que las heurísticas no garantizan una solución, pero aumentan significativamente la probabilidad de encontrarla, ya que permiten organizar el pensamiento y evitar bloqueos cognitivos. Entre las principales estrategias heurísticas se encuentran la analogía, la generalización, la descomposición del problema, la reformulación y la búsqueda de patrones.

Desde una perspectiva teórica, el enfoque heurístico se articula con los planteamientos del constructivismo, en la medida en que promueve la participación activa del estudiante en la construcción del conocimiento. Asimismo, se relaciona con la teoría del aprendizaje significativo (Ausubel, 2002), ya que favorece la conexión entre conocimientos previos y nuevas situaciones problemáticas.

En el ámbito de la geometría descriptiva, la heurística adquiere una relevancia particular, dado que los problemas requieren la reinterpretación de representaciones espaciales y la elaboración de estrategias no rutinarias. En este contexto, el uso de heurísticas permite a los estudiantes abordar problemas complejos de manera estructurada, favoreciendo la comprensión y la transferencia del aprendizaje.

3.3. FASES DEL MÉTODO POLYA: COMPRENDER, PLANIFICAR, EJECUTAR Y REVISAR

Uno de los aportes más conocidos de Polya es la sistematización del proceso de resolución de problemas en cuatro fases: comprensión del problema, elaboración de un

plan, ejecución del plan y revisión de la solución. Estas fases no deben entenderse como etapas rígidas y lineales, sino como un marco flexible que orienta el pensamiento del estudiante.

La primera fase, comprender el problema, implica identificar los datos, las incógnitas y las condiciones que lo definen. En esta etapa, el estudiante debe construir una representación mental clara de la situación, lo cual resulta especialmente relevante en la geometría descriptiva, donde la interpretación de las representaciones gráficas es fundamental.

La segunda fase, elaborar un plan, consiste en seleccionar estrategias adecuadas para abordar el problema. Aquí entran en juego las heurísticas, que permiten al estudiante explorar distintas vías de solución. Esta etapa requiere no solo conocimiento matemático, sino también creatividad y capacidad de anticipación.

La tercera fase, ejecutar el plan, implica llevar a cabo las acciones necesarias para resolver el problema. En esta etapa, el estudiante aplica procedimientos, realiza cálculos y construye representaciones gráficas, manteniendo coherencia con el plan establecido.

Finalmente, la fase de revisión consiste en verificar la solución obtenida, analizar su coherencia y reflexionar sobre el proceso seguido. Esta etapa es fundamental para el desarrollo de la metacognición, ya que permite al estudiante identificar errores, evaluar estrategias y consolidar aprendizajes.

Diversos estudios han señalado que la explicitación de estas fases favorece el desarrollo de habilidades de autorregulación y mejora el desempeño en la resolución de problemas (Schoenfeld, 1985).

3.4. ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS APLICADAS EN CONTEXTOS EDUCATIVOS

La aplicación del Método Polya en el aula implica la incorporación explícita de estrategias heurísticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Estas estrategias no deben enseñarse de manera aislada, sino integradas en situaciones problemáticas que permitan al estudiante comprender su utilidad y aplicabilidad.

Entre las estrategias más relevantes se encuentran: la representación gráfica del problema, la descomposición en subproblemas, la búsqueda de analogías con problemas previamente resueltos y la reformulación del enunciado. En el caso de la geometría descriptiva, la construcción de esquemas, el uso de proyecciones auxiliares y la visualización de transformaciones espaciales constituyen herramientas fundamentales.

El rol del docente en este proceso es clave, ya que debe guiar al estudiante en la selección y aplicación de estrategias, promoviendo la reflexión y la discusión. La mediación docente permite hacer visibles los procesos de pensamiento, facilitando el desarrollo de habilidades metacognitivas.

Asimismo, la práctica sistemática de estas estrategias contribuye a la formación de hábitos de pensamiento que favorecen la autonomía del estudiante. En este sentido, el Método Polya no solo mejora el desempeño en la resolución de problemas, sino que también transforma la manera en que los estudiantes enfrentan situaciones de aprendizaje.

3.5. EVIDENCIA EMPÍRICA EN EDUCACIÓN SUPERIOR

La efectividad del Método Polya ha sido respaldada por diversas investigaciones en el ámbito de la educación superior. Estudios recientes han demostrado que su aplicación contribuye significativamente al desarrollo de la competencia de resolución de problemas, así como a la mejora del rendimiento académico en cursos de contenido matemático.

En particular, investigaciones en contextos universitarios han evidenciado que los estudiantes que trabajan bajo este enfoque muestran mayores niveles de comprensión conceptual, capacidad de planificación y habilidad para evaluar sus propias soluciones. Asimismo, se ha observado una mejora en la motivación y en la actitud hacia el aprendizaje de las matemáticas.

En el caso específico de la geometría descriptiva, la evidencia sugiere que la aplicación del Método Polya facilita la interpretación de representaciones espaciales y la elaboración de estrategias para resolver problemas complejos. Estos resultados coinciden con los hallazgos de la investigación que sustenta esta obra, en la cual se reporta una

mejora significativa en el desempeño del grupo experimental tras la implementación de una intervención basada en este método.

3.6. RELACIÓN CON EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS EN INGENIERÍA

El Método Polya se alinea de manera directa con el enfoque por competencias que orienta la educación superior contemporánea. En particular, contribuye al desarrollo de la competencia de resolución de problemas, considerada fundamental en la formación de ingenieros.

Desde esta perspectiva, la resolución de problemas no se limita a la aplicación de conocimientos, sino que implica la integración de saberes, habilidades y actitudes para enfrentar situaciones complejas. El Método Polya proporciona una estructura que facilita este proceso, promoviendo el pensamiento crítico, la toma de decisiones y la reflexión.

Además, el énfasis en la metacognición permite a los estudiantes desarrollar habilidades de autorregulación, lo que resulta clave para el aprendizaje autónomo y continuo. En un contexto profesional caracterizado por el cambio constante, estas competencias adquieren un valor estratégico.

En síntesis, el Método Polya no solo constituye una herramienta didáctica eficaz para la enseñanza de la geometría descriptiva, sino que también representa un enfoque formativo coherente con las demandas de la educación en ingeniería. Su implementación permite articular teoría y práctica, favoreciendo el desarrollo de competencias que trascienden el ámbito académico y se proyectan en el ejercicio profesional.

CAPÍTULO 4

RESOLVER PROBLEMAS EN GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

4.1. EL CONCEPTO DE COMPETENCIA EN LA FORMACIÓN EN INGENIERÍA

En el contexto de la educación superior contemporánea, el enfoque por competencias se ha consolidado como un paradigma orientador de los procesos formativos, especialmente en carreras de ingeniería. Este enfoque responde a la necesidad de formar profesionales capaces de enfrentar situaciones complejas, integrar conocimientos y desempeñarse eficazmente en entornos cambiantes.

Diversos autores coinciden en que una competencia no se limita a la posesión de conocimientos, sino que implica la capacidad de movilizar saberes, habilidades y actitudes para resolver problemas en contextos específicos (Le Boterf, 2001; Tobón, 2006). En este sentido, la formación en ingeniería debe trascender la enseñanza fragmentada de contenidos y orientarse hacia el desarrollo de capacidades integradoras que permitan al estudiante actuar de manera pertinente frente a desafíos reales.

En particular, organismos internacionales como ABET (Accreditation Board for Engineering and Technology) han enfatizado la importancia de que los programas de ingeniería desarrollen en los estudiantes la capacidad de identificar, formular y resolver problemas de ingeniería, así como de aplicar conocimientos de matemáticas, ciencias e ingeniería de manera integrada.

Desde esta perspectiva, la competencia se configura como un constructo complejo que articula dimensiones cognitivas, procedimentales y actitudinales, lo cual exige replantear las estrategias de enseñanza hacia enfoques más activos, contextualizados y centrados en el estudiante.

4.2. LA COMPETENCIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La resolución de problemas constituye una de las competencias fundamentales en la formación de ingenieros, en tanto refleja la capacidad del profesional para enfrentar situaciones nuevas, analizar información, tomar decisiones y generar soluciones viables. Esta competencia implica no solo la aplicación de conocimientos técnicos, sino también el uso de estrategias cognitivas y metacognitivas que permitan abordar problemas de manera estructurada.

Según Schoenfeld (1985), la competencia en resolución de problemas se compone de diversos elementos, entre los que destacan el conocimiento del dominio, las estrategias heurísticas, el control metacognitivo y las creencias del individuo sobre su propia capacidad para resolver problemas. Estos componentes interactúan de manera dinámica durante el proceso de resolución, determinando el nivel de eficacia del estudiante.

En el ámbito educativo, desarrollar esta competencia implica diseñar situaciones problemáticas que desafíen al estudiante y promuevan la reflexión, la exploración y la toma de decisiones. En este sentido, la enseñanza debe orientarse no solo a la transmisión de contenidos, sino también a la formación de estrategias de pensamiento que permitan enfrentar problemas de diversa naturaleza.

En el caso de la geometría descriptiva, la resolución de problemas adquiere una dimensión particular, ya que involucra la interpretación de representaciones gráficas, la visualización espacial y la aplicación de procedimientos técnicos en contextos no rutinarios.

4.3. PARTICULARIDADES DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

La geometría descriptiva presenta características específicas que la diferencian de otras áreas de las matemáticas, especialmente en lo que respecta a la naturaleza de los problemas que plantea. Estos problemas requieren la capacidad de representar objetos tridimensionales en el plano bidimensional, así como de interpretar y transformar dichas representaciones.

Desde la perspectiva cognitiva, resolver problemas en geometría descriptiva implica coordinar múltiples procesos, entre ellos la visualización espacial, la interpretación de proyecciones y la construcción de relaciones geométricas. Tal como señala Duval (1999), una de las principales dificultades radica en la conversión entre distintos registros de representación, lo cual exige un alto nivel de abstracción.

Asimismo, los problemas en esta disciplina suelen ser de carácter no rutinario, lo que implica que no pueden resolverse mediante la simple aplicación de algoritmos previamente aprendidos. En cambio, requieren la elaboración de estrategias específicas en función de las características del problema, lo que refuerza la importancia del enfoque heurístico.

En este contexto, la resolución de problemas en geometría descriptiva se configura como un proceso complejo que demanda la integración de conocimientos teóricos, habilidades prácticas y estrategias cognitivas avanzadas.

4.4. TIPOLOGÍA DE PROBLEMAS EN GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

Una de las contribuciones más relevantes en el ámbito de la enseñanza de la geometría descriptiva es la clasificación de los problemas en función de su naturaleza y de las habilidades que requieren para su resolución. En el marco de la presente obra, se identifican tres tipos principales de problemas: forma, dimensión y posición relativa.

4.4.1. Problemas de forma

Los problemas de forma se centran en la identificación, representación y análisis de las características geométricas de los objetos. En este tipo de problemas, el estudiante debe reconocer configuraciones espaciales, interpretar sus proyecciones y establecer relaciones entre sus distintos elementos.

Estos problemas requieren una fuerte capacidad de visualización espacial, así como la habilidad para transformar representaciones bidimensionales en estructuras tridimensionales mentales. Asimismo, implican la comprensión de conceptos geométricos fundamentales, como paralelismo, perpendicularidad y simetría.

4.4.2. Problemas de dimensión

Los problemas de dimensión están orientados a la determinación de magnitudes, tales como longitudes, ángulos y distancias. En este caso, el estudiante debe aplicar procedimientos específicos para obtener medidas a partir de representaciones gráficas.

Este tipo de problemas combina la visualización espacial con el razonamiento matemático, ya que requiere la interpretación de las proyecciones y la aplicación de técnicas de cálculo. Además, implica la capacidad de seleccionar estrategias adecuadas para transformar la información disponible en resultados cuantificables.

4.4.3. Problemas de posición relativa

Los problemas de posición relativa se enfocan en la relación espacial entre distintos elementos geométricos, tales como puntos, rectas y planos. En estos casos, el estudiante debe determinar si los elementos son paralelos, secantes, perpendiculares o si presentan algún tipo de intersección.

La resolución de estos problemas exige un alto nivel de abstracción, ya que implica analizar relaciones espaciales complejas y representarlas adecuadamente en el plano. Asimismo, requiere la coordinación de múltiples representaciones y la aplicación de criterios geométricos específicos.

4.5. PROCESOS COGNITIVOS INVOLUCRADOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La resolución de problemas en geometría descriptiva implica la activación de diversos procesos cognitivos que interactúan de manera dinámica durante el proceso de aprendizaje. Entre los más relevantes se encuentran la percepción espacial, la memoria de trabajo, el razonamiento lógico y la metacognición.

La visualización espacial permite al estudiante construir representaciones mentales de los objetos y manipularlas internamente, lo que resulta fundamental para interpretar y resolver problemas. Por su parte, la memoria de trabajo facilita la retención y manipulación de información durante el proceso de resolución.

El razonamiento lógico interviene en la formulación de inferencias y en la toma de decisiones, mientras que la metacognición permite al estudiante monitorear su propio proceso de pensamiento, identificar errores y ajustar estrategias. Según Schoenfeld (1985), estos procesos son determinantes para el éxito en la resolución de problemas, ya que permiten al estudiante regular su actividad cognitiva de manera efectiva.

En consecuencia, la enseñanza de la geometría descriptiva debe orientarse a desarrollar estos procesos de manera integrada, promoviendo no solo la adquisición de conocimientos, sino también la formación de habilidades cognitivas y metacognitivas que permitan al estudiante enfrentar problemas de manera autónoma y eficiente.

En síntesis, resolver problemas en geometría descriptiva constituye una actividad compleja que exige la integración de múltiples dimensiones del conocimiento. Su abordaje desde un enfoque por competencias permite articular teoría y práctica, favoreciendo el desarrollo de habilidades esenciales para la formación de ingenieros.

PARTE II: INVESTIGACIÓN APLICADA

CAPÍTULO 5

DISEÑO DE LA EXPERIENCIA PEDAGÓGICA

5.1. CONTEXTO INSTITUCIONAL

La experiencia pedagógica que sustenta la presente obra se desarrolló en el contexto de una universidad pública peruana, en el marco de la formación de estudiantes de ingeniería. Este escenario resulta particularmente relevante, dado que las instituciones de educación superior en América Latina enfrentan el desafío de mejorar la calidad del aprendizaje en asignaturas de base matemática, las cuales presentan altos índices de desaprobación y deserción en los primeros ciclos de formación.

En este contexto, la asignatura de geometría descriptiva ocupa un lugar estratégico dentro del plan de estudios, ya que constituye un curso fundamental para el desarrollo de competencias vinculadas con la representación gráfica, la visualización espacial y la resolución de problemas técnicos. No obstante, como se ha señalado en capítulos anteriores, su enseñanza suele estar marcada por enfoques tradicionales que limitan la comprensión profunda de los contenidos.

La implementación de la presente experiencia se enmarca, por tanto, en la necesidad de innovar en las prácticas pedagógicas, incorporando metodologías activas que contribuyan a mejorar el desempeño académico de los estudiantes y a fortalecer sus competencias en resolución de problemas.

5.2. CARACTERÍSTICAS DE LOS PARTICIPANTES

La población de estudio estuvo conformada por estudiantes matriculados en el curso de geometría descriptiva, pertenecientes a una carrera de ingeniería. Estos estudiantes se encontraban en los primeros ciclos de formación, etapa caracterizada por el proceso de adaptación a las exigencias académicas del nivel universitario.

En términos generales, los participantes presentaban características heterogéneas en cuanto a su nivel de conocimientos previos, habilidades matemáticas y capacidades de visualización espacial. Esta diversidad constituye un factor relevante en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que influye en la manera en que los estudiantes enfrentan y resuelven problemas.

Asimismo, se identificó que una proporción significativa de estudiantes presentaba dificultades para comprender los contenidos del curso, lo que se reflejaba en bajos niveles de rendimiento académico. Estas condiciones justifican la necesidad de implementar estrategias didácticas que favorezcan la participación activa del estudiante y la construcción significativa del conocimiento.

Para efectos del diseño de la investigación, los participantes fueron organizados en dos grupos: un grupo experimental, en el cual se aplicó la intervención basada en el Método Polya, y un grupo de control, que continuó con la metodología tradicional de enseñanza.

5.3. ENFOQUE Y DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo, orientado a medir la influencia de la intervención pedagógica en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas en geometría descriptiva. Este enfoque permite analizar los cambios producidos en los estudiantes a partir de la aplicación de un tratamiento específico, utilizando técnicas estadísticas que garantizan la objetividad de los resultados.

En cuanto al diseño, se empleó un diseño cuasiexperimental con grupo de control no equivalente y aplicación de pretest y postest. Este tipo de diseño es ampliamente utilizado en investigaciones educativas, ya que permite evaluar el efecto de una intervención en contextos reales donde no es posible realizar una asignación aleatoria de los participantes (Campbell & Stanley, 1963).

El diseño cuasiexperimental adoptado permite comparar el desempeño de ambos grupos antes y después de la intervención, lo que facilita la identificación de cambios atribuibles al uso del Método Polya. Asimismo, permite controlar, en cierta medida, las variables externas que podrían influir en los resultados.

5.4. DESCRIPCIÓN DE LA INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA

La intervención pedagógica consistió en la implementación de una propuesta didáctica basada en el Método Polya para la resolución de problemas, aplicada al curso de geometría descriptiva. Esta intervención se desarrolló a lo largo de 20 sesiones de aprendizaje, organizadas de manera secuencial y estructurada.

Cada sesión fue diseñada considerando las fases del Método Polya —comprensión, planificación, ejecución y revisión— integradas en actividades que promovían la participación activa del estudiante. Asimismo, se incorporaron estrategias heurísticas orientadas a facilitar el análisis y la resolución de problemas.

La intervención incluyó el uso de problemas contextualizados, la mediación docente a través de preguntas orientadoras, el trabajo colaborativo y la retroalimentación formativa. Estas estrategias permitieron generar un ambiente de aprendizaje dinámico, en el cual los estudiantes pudieron explorar distintas formas de abordar los problemas y reflexionar sobre su propio proceso de aprendizaje.

Cabe señalar que la estructura detallada de las sesiones, así como los materiales utilizados, constituyen uno de los principales aportes de esta obra y serán desarrollados en el capítulo siguiente.

5.5. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

Para la recolección de datos se empleó como técnica principal la evaluación del desempeño de los estudiantes a través de pruebas estructuradas. Estas pruebas fueron diseñadas para medir la competencia de resolución de problemas en geometría descriptiva, considerando tanto el resultado final como el proceso seguido por el estudiante.

El instrumento principal consistió en una prueba de desempeño aplicada como pretest y postest, la cual incluía problemas de los tres tipos abordados en la investigación: forma, dimensión y posición relativa. Asimismo, se elaboró una rúbrica de evaluación que permitió valorar el nivel de desempeño de los estudiantes en función de criterios específicos relacionados con las fases del Método Polya.

El uso de rúbricas resulta especialmente pertinente en este tipo de estudios, ya que permite evaluar no solo el producto final, sino también los procesos cognitivos involucrados en la resolución de problemas, tales como la comprensión, la planificación, la ejecución y la revisión.

5.6. VALIDEZ Y CONFIABILIDAD DE LOS INSTRUMENTOS

La calidad de los instrumentos de evaluación constituye un aspecto fundamental en la investigación educativa, ya que garantiza la precisión y consistencia de los resultados obtenidos. En este sentido, se realizaron procedimientos para asegurar tanto la validez como la confiabilidad del instrumento utilizado.

La validez de contenido fue establecida mediante el juicio de expertos, quienes evaluaron la pertinencia, claridad y coherencia de los ítems en relación con los objetivos de la investigación. Este proceso permitió asegurar que el instrumento mide efectivamente la competencia de resolución de problemas en geometría descriptiva.

Por su parte, la confiabilidad del instrumento fue determinada a través de métodos estadísticos, lo que permitió verificar la consistencia interna de las mediciones. Un instrumento confiable garantiza que los resultados obtenidos son estables y reproducibles en condiciones similares.

Estos procedimientos metodológicos fortalecen la rigurosidad de la investigación y respaldan la validez de los hallazgos presentados en el capítulo correspondiente.

5.7. CRITERIOS DE ANÁLISIS DE DATOS

El análisis de los datos se realizó mediante técnicas estadísticas descriptivas e inferenciales, con el propósito de evaluar el efecto de la intervención pedagógica. En primer lugar, se calcularon medidas descriptivas que permitieron caracterizar el desempeño de los estudiantes en ambos grupos.

Posteriormente, se aplicaron pruebas estadísticas para determinar la existencia de diferencias significativas entre los resultados del pretest y el postest, así como entre el grupo experimental y el grupo de control. Este análisis permitió identificar el impacto del Método Polya en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas.

Asimismo, se realizó un análisis por dimensiones, considerando las fases del método y los tipos de problemas, lo que permitió obtener una visión más detallada de los cambios producidos en los estudiantes.

En conjunto, estos criterios de análisis garantizan una interpretación rigurosa de los resultados, permitiendo establecer conclusiones fundamentadas sobre la efectividad de la intervención pedagógica.

En síntesis, el diseño de la experiencia pedagógica se caracteriza por su coherencia metodológica y su orientación hacia la mejora del aprendizaje en geometría descriptiva. La articulación entre teoría, intervención y evaluación constituye un elemento central de la presente investigación, sentando las bases para el análisis de los resultados que se desarrollará en los capítulos siguientes.

CAPÍTULO 6

LA INTERVENCIÓN DIDÁCTICA: APLICACIÓN DEL MÉTODO POLYA

6.1. ESTRUCTURA DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

La intervención didáctica diseñada en el marco de la presente investigación se estructuró a partir de los principios del Método Polya, articulando sus cuatro fases fundamentales —comprensión, planificación, ejecución y revisión— dentro de una secuencia pedagógica coherente y progresiva. Esta estructura no se concibió como una simple aplicación mecánica del método, sino como un proceso de mediación didáctica intencional, orientado al desarrollo integral de la competencia de resolución de problemas en geometría descriptiva.

El diseño de la secuencia consideró el enfoque constructivista, en el cual el estudiante asume un rol activo en la construcción del conocimiento, mientras que el docente actúa como facilitador y mediador del aprendizaje. Cada sesión se planificó para fomentar la exploración, la participación y la reflexión crítica, integrando actividades que combinan el trabajo individual, el trabajo colaborativo y la aplicación práctica de conceptos.

Se incorporaron momentos de activación de conocimientos previos, presentación de situaciones problemáticas contextualizadas, desarrollo guiado de estrategias y espacios para la metacognición. Esta estructura permitió generar una progresión gradual en el aprendizaje, facilitando que los estudiantes internalicen las fases del Método Polya y las apliquen de manera autónoma a problemas cada vez más complejos.

Además, se consideró la variabilidad individual de los estudiantes, adaptando las actividades según los niveles de competencia iniciales, con el objetivo de promover la equidad en el aprendizaje y favorecer la construcción progresiva de habilidades cognitivas y metacognitivas.

6.2. ORGANIZACIÓN DE LAS 20 SESIONES DE APRENDIZAJE

La intervención se desarrolló a lo largo de 20 sesiones, planificadas de manera secuencial y articulada según los objetivos de aprendizaje y la complejidad creciente de los contenidos de geometría descriptiva. Cada sesión tuvo una duración específica y siguió una estructura metodológica común que garantizó coherencia y continuidad.

Fase inicial (sesiones 1 a 5):

- Familiarización con el Método Polya y sus fases.
- Actividades centradas en la comprensión del problema: análisis de enunciados, identificación de elementos clave y representación gráfica básica.
- Uso de ejemplos guiados por el docente para modelar la interpretación de problemas complejos.

Fase intermedia (sesiones 6 a 15):

- Enfoque en planificación y ejecución de estrategias de resolución.
- Introducción de problemas de mayor complejidad que requieren razonamiento espacial, análisis de dimensiones y posiciones relativas de objetos.
- Actividades grupales para comparar estrategias y justificar decisiones.
- Supervisión y mediación docente para reforzar heurísticas y técnicas de resolución.

Fase final (sesiones 16 a 20):

- Revisión y evaluación de soluciones: comparación de estrategias, identificación de errores y ajuste de procedimientos.
- Promoción de la reflexión metacognitiva y consolidación de aprendizajes.
- Aplicación de problemas integradores que demandan la combinación de varias estrategias y la toma de decisiones autónoma.

Esta estructura progresiva permitió desarrollar tanto habilidades técnicas en geometría descriptiva como competencias estratégicas y reflexivas, fortaleciendo la capacidad de los estudiantes para enfrentar problemas complejos de manera sistemática y eficiente.

La intervención se desarrolló a lo largo de 20 sesiones, distribuidas en tres fases: **inicial (1-5)**, **intermedia (6-15)** y **final (16-20)**. Cada sesión está organizada con **objetivos, actividades, recursos y tipo de evaluación**, como se detalla en la siguiente tabla:

Sesión	**Fase**	**Objetivos de aprendizaje**	**Actividades**	**Recursos**	**Evaluación**
1	Inicial	Conocer el Método Polya y sus fases	Presentación del método con ejemplos simples de geometría	Pizarra, diapositivas, guía impresa	Observación de participación
2	Inicial	Analizar un enunciado y sus elementos	Identificación de datos en problemas sencillos	Guías de problemas, fichas	Tarea individual
3	Inicial	Representar gráficamente situaciones simples	Dibujo de proyecciones básicas	Software de geometría, papel milimetrado	Revisión por pares
4	Inicial	Reflexionar sobre estrategias	Discusión grupal sobre interpretaciones de problemas	Pizarra, carteles	Coevaluación
5	Inicial	Consolidar comprensión de problemas	Resolución de problemas básicos aplicando heurísticas	Material de apoyo gráfico	Evaluación formativa
6	Intermedia	Planificar estrategias para problemas complejos	Descomposición de problemas en subproblemas	Software CAD, modelos 3D	Observación guiada
7	Intermedia	Representar relaciones espaciales	Construcción de proyecciones avanzadas	Cuadernos de planificación	Trabajo grupal
8	Intermedia	Aplicar analogías de problemas previos	Comparación de estrategias de resolución	Ejemplos resueltos	Autoevaluación
9	Intermedia	Resolver problemas con apoyo docente	Resolución paso a paso de intersecciones simples	Modelos físicos	Revisión docente

Sesión	Fase	Objetivos de aprendizaje	Actividades	Recursos	Evaluación
10	Intermedia	Desarrollar justificación de estrategias	Presentación oral y escrita de soluciones	Guías y plantillas	Coevaluación
11	Intermedia	Resolver problemas tridimensionales	Proyecciones de sólidos complejos	Software de geometría	Observación docente
12	Intermedia	Aplicar heurísticas estratégicas	Resolución de problemas combinando estrategias	Fichas de heurísticas	Revisión por pares
13	Intermedia	Trabajar colaborativamente	Problemas grupales de visibilidad y posiciones relativas	Material 3D, pizarras	Trabajo grupal
14	Intermedia	Integrar planificación y ejecución	Resolución de problemas con varias fases	Cuadernos, software CAD	Evaluación formativa
15	Intermedia	Evaluar soluciones de manera crítica	Presentación de resultados y discusión de errores	Portafolio de trabajos	Coevaluación
16	Final	Revisar soluciones complejas	Comparación de estrategias de resolución	Portafolio, software	Observación docente
17	Final	Reflexionar sobre procesos de aprendizaje	Discusión sobre errores y ajustes	Pizarras, guías de reflexión	Autoevaluación
18	Final	Aplicar problemas integradores	Resolución de problemas que combinan varias heurísticas	Material gráfico, software	Evaluación grupal
19	Final	Consolidar habilidades técnicas	Proyecciones y representaciones precisas de figuras complejas	CAD, papel milimetrado	Revisión por pares
20	Final	Autoevaluar y coevaluar aprendizajes	Presentación final de portafolio y discusión	Portafolio, rúbricas	Evaluación sumativa

6.3. ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA UTILIZADAS

La intervención incorporó estrategias de enseñanza activas y centradas en el estudiante, orientadas a fomentar aprendizaje significativo y desarrollo de competencias:

1. **Aprendizaje basado en problemas (ABP):**
    - Situó a los estudiantes frente a retos concretos y contextualizados, que requieren análisis, interpretación y toma de decisiones.
    - Permitió integrar conceptos teóricos con su aplicación práctica, fomentando la transferencia de conocimiento.
2. **Enseñanza guiada:**
    - El docente utilizó preguntas orientadoras, modelamiento de estrategias y retroalimentación oportuna.
    - Favoreció la construcción autónoma del conocimiento, asegurando que los estudiantes internalicen las fases del Método Polya.
3. **Trabajo colaborativo:**
    - Fomentó el intercambio de ideas, la discusión de estrategias y la construcción colectiva de soluciones.
    - Desarrolló habilidades sociales, comunicativas y metacognitivas, además de reforzar la comprensión conceptual.

Estas estrategias se combinaron para generar un entorno de aprendizaje dinámico, flexible y adaptado a las necesidades individuales y grupales, promoviendo la reflexión y el pensamiento estratégico.

6.4. EJEMPLOS DE ACTIVIDADES DESARROLLADAS

Las actividades diseñadas en el marco de la intervención se caracterizaron por su orientación práctica y su enfoque en la resolución de problemas. Estas actividades fueron

estructuradas en función de las fases del Método Polya y adaptadas a los distintos tipos de problemas de geometría descriptiva.

Por ejemplo, en una actividad orientada a la comprensión del problema, los estudiantes debían analizar un enunciado, identificar sus elementos y representar gráficamente la situación planteada. Esta tarea permitía desarrollar habilidades de interpretación y visualización.

En actividades de planificación, se solicitaba a los estudiantes proponer estrategias de solución, justificando sus decisiones y comparando alternativas. Este tipo de tareas fomentaba el pensamiento estratégico y la toma de decisiones.

En la fase de ejecución, los estudiantes resolvían problemas aplicando procedimientos técnicos y construyendo representaciones gráficas precisas. Finalmente, en la fase de revisión, se promovía la reflexión sobre el proceso seguido, la verificación de resultados y la identificación de posibles mejoras.

Estas actividades no solo permitieron desarrollar habilidades técnicas, sino también fomentar la autonomía y la capacidad de reflexión en los estudiantes.

Ejemplo 1 – Comprensión:

- Problema: “Dado un prisma rectangular y un cono que lo intersecta, representar la sección resultante en el plano horizontal.”
- Heurísticas aplicadas: descomposición del problema, representación gráfica y reformulación del enunciado.
- Actividad: análisis de datos, dibujo de figuras y discusión en grupo sobre posibles representaciones.

Ejemplo 2 – Planificación:

- Problema: “Determinar la intersección de un cilindro con un prisma inclinado y planificar la secuencia de pasos para dibujarla.”
- Heurísticas: analogías con problemas previos y búsqueda de subproblemas.

- Actividad: diseño del plan de resolución en fichas de planificación, justificación de estrategias.

Ejemplo 3 – Ejecución y revisión:

- Problema: "Proyectar un conjunto de figuras geométricas superpuestas en perspectiva isométrica y verificar consistencia de dimensiones."
- Heurísticas: verificación de resultados y comparación de alternativas.
- Actividad: construcción gráfica, presentación grupal, identificación de errores y ajuste de procedimientos.

6.5. MEDIACIÓN DOCENTE EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE

La mediación docente constituyó un elemento central en la implementación de la intervención didáctica. Siguiendo los principios de la teoría sociocultural, el docente asumió un rol activo en la orientación del aprendizaje, proporcionando apoyo estratégico en función de las necesidades de los estudiantes.

Esta mediación se manifestó a través de preguntas abiertas, retroalimentación formativa y modelamiento de estrategias de resolución. El docente no se limitó a proporcionar respuestas, sino que promovió la reflexión y el análisis, incentivando a los estudiantes a construir sus propias soluciones.

Asimismo, la mediación permitió identificar dificultades en el proceso de aprendizaje y adaptar las estrategias de enseñanza de manera oportuna. Este acompañamiento fue clave para favorecer el desarrollo de habilidades cognitivas y metacognitivas en los estudiantes.

6.6. USO DE HEURÍSTICAS EN EL AULA

El uso de heurísticas constituyó un eje transversal en la intervención didáctica. Estas estrategias fueron incorporadas de manera explícita en las actividades, permitiendo a los estudiantes reconocer su utilidad en la resolución de problemas.

Entre las heurísticas más utilizadas se encuentran la representación gráfica, la descomposición del problema, la búsqueda de analogías y la reformulación del enunciado. En el contexto de la geometría descriptiva, estas estrategias resultaron especialmente útiles para interpretar representaciones espaciales y elaborar planes de solución.

El docente desempeñó un rol clave en la enseñanza de estas heurísticas, orientando su uso y promoviendo la reflexión sobre su efectividad. Con el tiempo, los estudiantes comenzaron a utilizar estas estrategias de manera más autónoma, lo que evidencia el desarrollo de habilidades de pensamiento estratégico.

6.7. RETROALIMENTACIÓN Y SEGUIMIENTO DEL APRENDIZAJE

La retroalimentación desempeñó un papel fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que permitió orientar el desempeño de los estudiantes y favorecer la mejora continua. Esta retroalimentación se caracterizó por ser formativa, oportuna y centrada en el proceso, más que en el resultado final.

El docente proporcionó comentarios específicos sobre las estrategias utilizadas, los errores cometidos y las posibles alternativas de solución. Asimismo, se promovió la autoevaluación y la coevaluación, permitiendo a los estudiantes reflexionar sobre su propio aprendizaje y el de sus compañeros.

El seguimiento del aprendizaje se realizó de manera continua, a través de la observación del desempeño en las actividades, la revisión de trabajos y la aplicación de instrumentos de evaluación. Este seguimiento permitió identificar avances y dificultades, ajustando la intervención de manera pertinente.

En síntesis, la intervención didáctica basada en el Método Polya se configuró como una experiencia pedagógica integral, que articuló teoría y práctica para promover el desarrollo de la competencia de resolución de problemas en geometría descriptiva. Su implementación evidencia el potencial de las metodologías activas para transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje en la educación superior.

CAPÍTULO 7

RESULTADOS Y HALLAZGOS

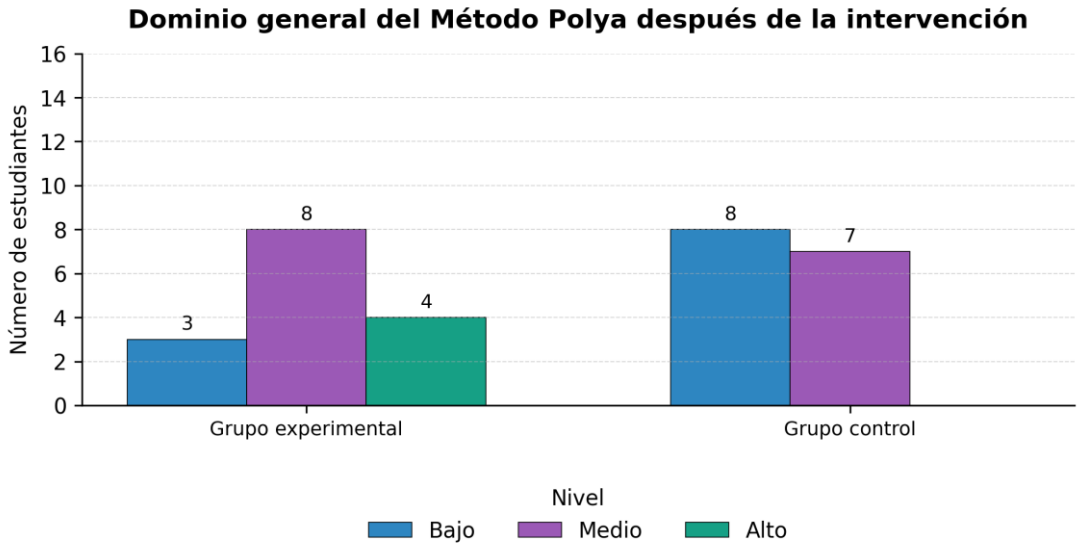
7.1. PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS

La presentación de los resultados se organiza en dos niveles de análisis complementarios: descriptivo e inferencial. Esta estructura permite no solo identificar tendencias en el desempeño de los estudiantes, sino también validar estadísticamente los efectos de la intervención didáctica basada en el Método Polya. A diferencia del formato tradicional de tesis, en este capítulo los datos no se exponen de manera aislada, sino integrados en una narrativa interpretativa que resalta su significado pedagógico.

7.2. DOMINIO DEL MÉTODO POLYA TRAS LA INTERVENCIÓN

Como se observa en la **Figura 1**, el grupo experimental presenta una clara concentración de estudiantes en niveles de dominio medio y alto del Método Polya tras la intervención (12 de 15 estudiantes), mientras que en el grupo control predomina el nivel bajo (8 de 15 estudiantes).

Figura 1
Nivel de dominio general del método Polya después de la intervención



Este resultado evidencia que la enseñanza explícita de las fases del método, junto con el uso sistemático de estrategias heurísticas, favorece la apropiación de un enfoque estructurado para la resolución de problemas. En contraste, la metodología tradicional no logra generar avances significativos en este aspecto.

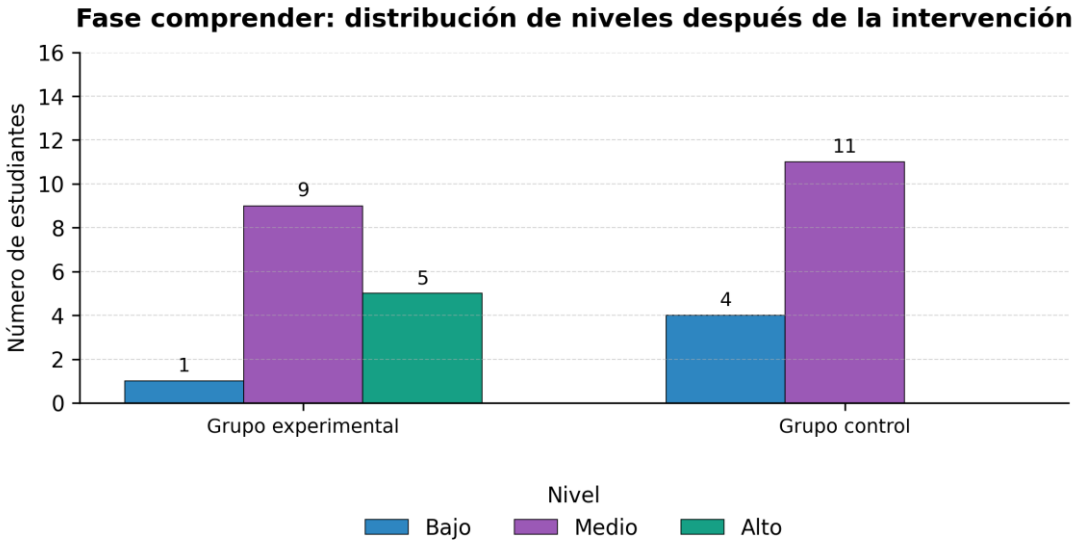
7.3. ANÁLISIS POR FASES DEL MÉTODO POLYA

7.3.1. Fase de comprensión

En la **Figura 2** se aprecia que 14 estudiantes del grupo experimental alcanzan niveles medio y alto en la fase de comprensión, mientras que en el grupo control el desempeño se concentra en el nivel medio.

Figura 2

Nivel de desempeño en la fase "comprender" después de la intervención



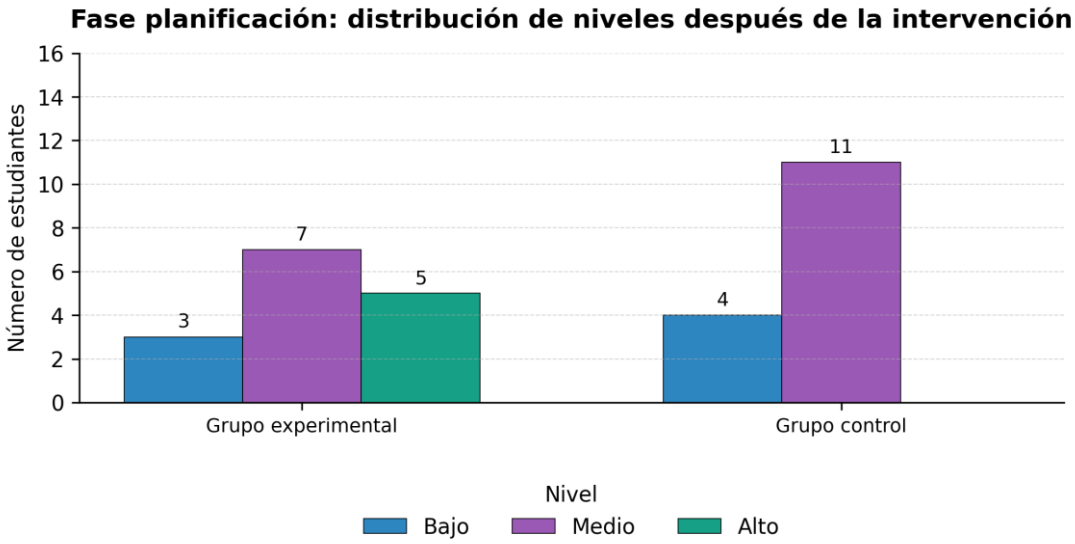
Este hallazgo sugiere que la intervención permitió mejorar la capacidad de interpretar los enunciados y construir representaciones mentales adecuadas del problema, aspecto fundamental en geometría descriptiva.

7.3.2. Fase de planificación

Como muestra la **Figura 3**, 12 estudiantes del grupo experimental alcanzan niveles medio y alto en la fase de planificación, mientras que en el grupo control ninguno logra ubicarse en el nivel alto.

Figura 3

Nivel de dominio de la fase Planificación después de la intervención



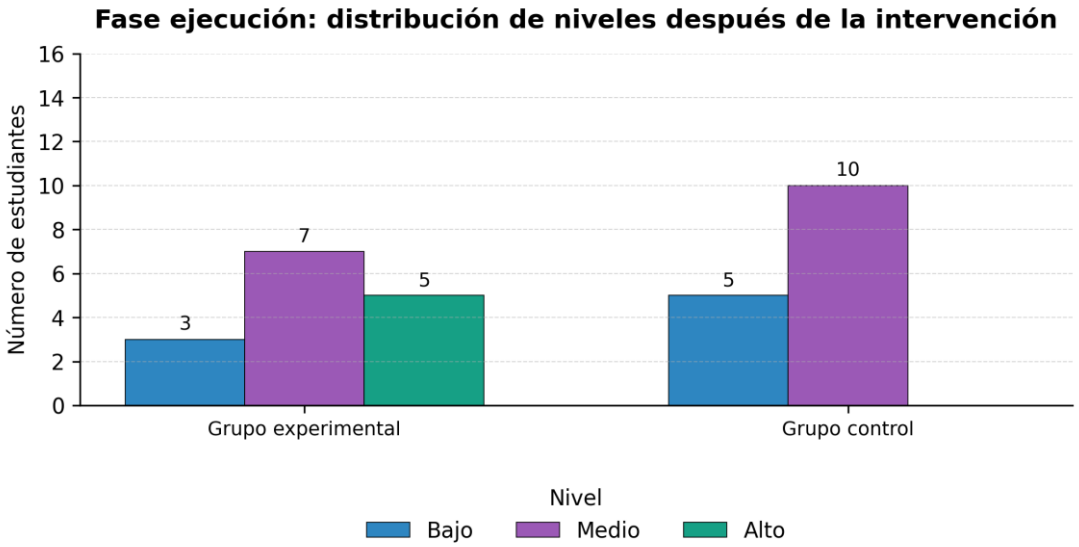
Desde una perspectiva didáctica, este resultado es especialmente relevante, ya que evidencia el desarrollo de la capacidad estratégica de los estudiantes, tradicionalmente poco abordada en enfoques expositivos.

7.3.3. Fase de ejecución

En la **Figura 4**, se observa que 12 estudiantes del grupo experimental alcanzan niveles medio y alto en la ejecución, mientras que en el grupo control persiste una proporción significativa en el nivel bajo.

Figura 4

Nivel de dominio de la fase Ejecución después de la intervención



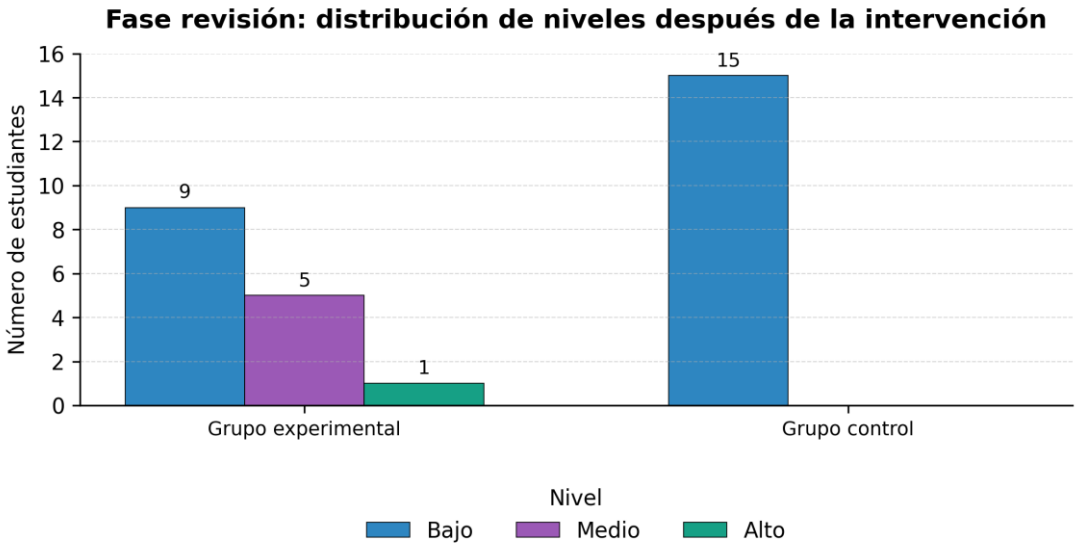
Este resultado refuerza la idea de que una adecuada comprensión y planificación impacta directamente en la calidad de la ejecución.

7.3.4. Fase de revisión

La **Figura 5** evidencia que la fase de revisión continúa siendo la más débil: solo un estudiante del grupo experimental alcanza el nivel alto, mientras que en el grupo control todos permanecen en nivel bajo.

Figura 5

Nivel de dominio de la fase Revisión después de la intervención



Este hallazgo pone de manifiesto una limitación importante, incluso dentro de metodologías activas, relacionada con el escaso desarrollo de habilidades metacognitivas.

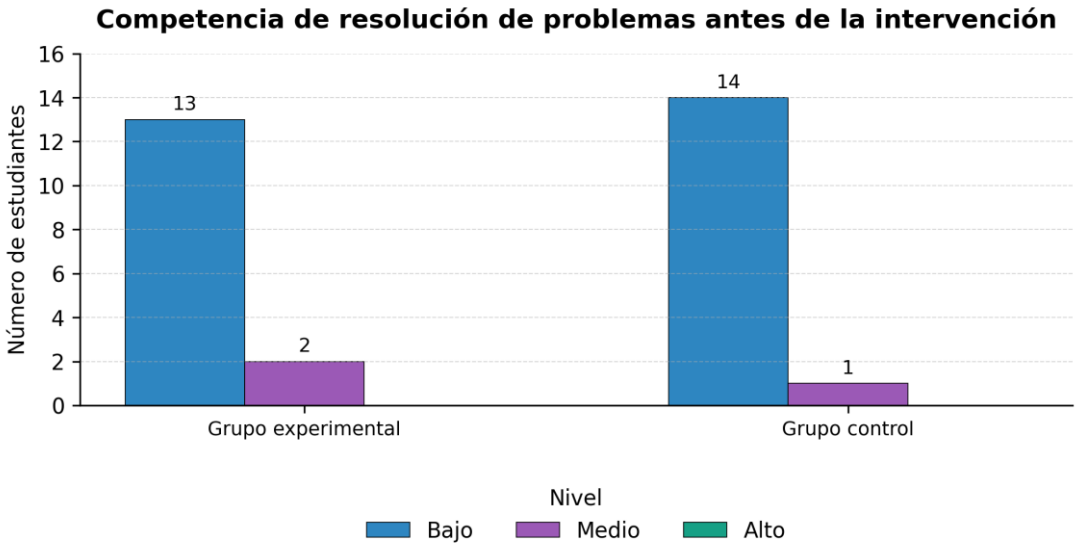
7.4. COMPETENCIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

7.4.1. Situación inicial

La **Figura 6** muestra que ambos grupos parten de condiciones similares en el pretest, con predominio del nivel bajo (86,7% en el grupo experimental y 93,3% en el grupo control).

Figura 6

Nivel de dominio de la competencia Resuelve Problemas de Geometría Descriptiva antes de la intervención



Este resultado confirma la homogeneidad inicial de los grupos y evidencia la magnitud del problema formativo.

Además de lo mostrado en la Figura 6, el análisis de frecuencias confirma la equivalencia inicial de los grupos:

- Grupo experimental: 86,7% en nivel bajo y 13,3% en nivel medio
- Grupo control: 93,3% en nivel bajo y 6,7% en nivel medio

Estos resultados evidencian condiciones homogéneas de partida, lo cual es fundamental para la validez del diseño cuasiexperimental.

Tabla 1
Análisis de frecuencias y porcentajes de la competencia resuelve problemas de geometría descriptiva

	Grupos		Frecuencia	Porcentaje
Resolver problemas de geometría descriptiva (Pretest)	Grupo experimental	Bajo	13	86,7
		Medio	2	13,3
	Grupo control	Bajo	14	93,3

	Grupos		Frecuencia	Porcentaje
		Medio	1	6,7
Resolver problemas de geometría descriptiva (Postest)	Grupo experimental	Bajo	3	20,0
		Medio	8	53,3
		Alto	4	26,7
	Grupo control	Bajo	8	53,3
		Medio	7	46,7

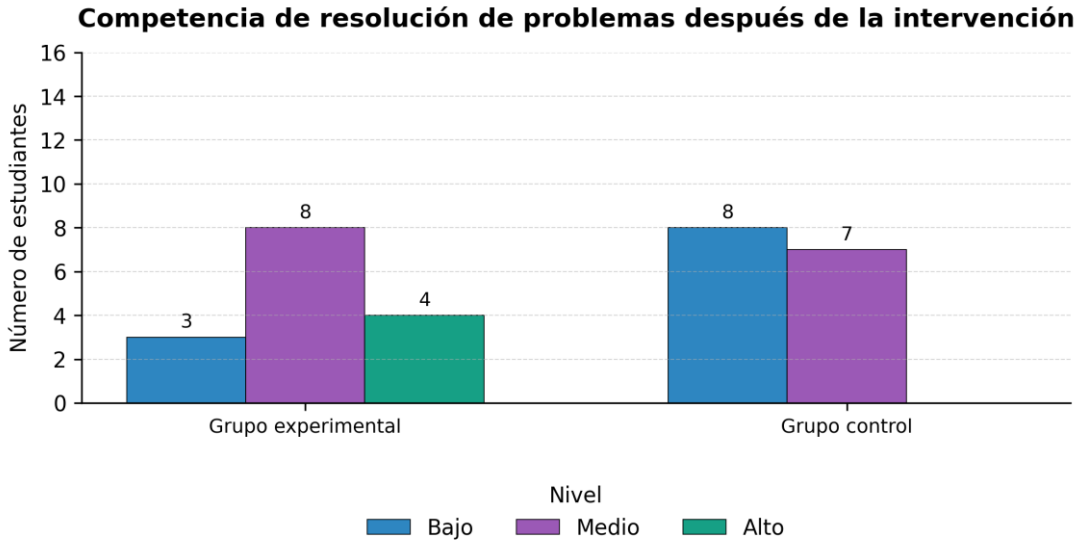
Los resultados evidencian una mejora sustancial en el grupo experimental, donde el nivel bajo se reduce de 86,7% a 20%, mientras que emerge un 26,7% en nivel alto. En contraste, el grupo control no alcanza niveles altos, lo que confirma el efecto diferencial de la intervención.

7.4.2. Resultados posteriores a la intervención

Como se observa en la **Figura 7**, el grupo experimental presenta una mejora sustancial: el 80% de los estudiantes alcanza niveles medio y alto, mientras que en el grupo control ninguno alcanza el nivel alto.

Figura 7

Nivel de dominio de la Competencia resuelve problemas de geometría descriptiva después de la intervención



En términos de frecuencias, el grupo experimental reduce el nivel bajo de 86,7% a 20%, mientras que el grupo control solo logra reducirlo a 53,3%. Este cambio evidencia un impacto pedagógico significativo de la intervención.

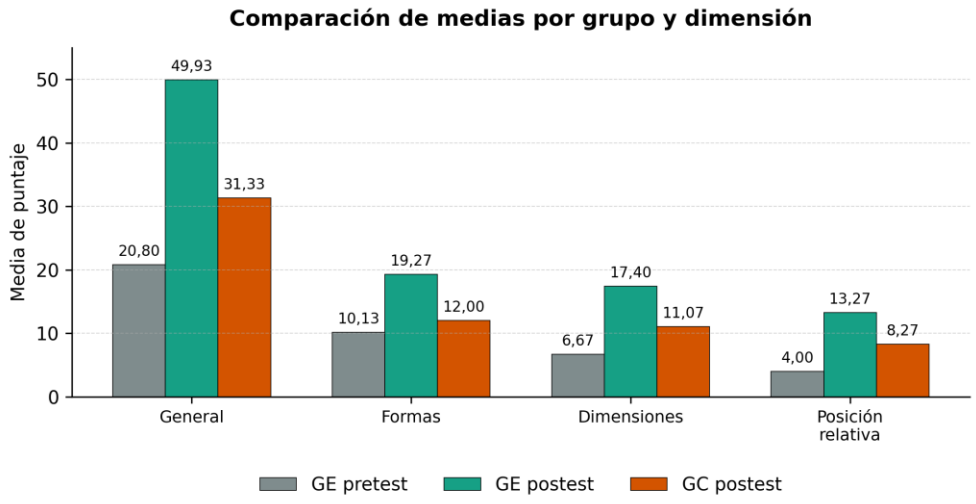
7.5. ANÁLISIS DE TENDENCIA CENTRAL

El análisis de las medidas de tendencia central permite no solo describir el comportamiento de los datos, sino también comprender la magnitud del impacto de la intervención pedagógica. En el pretest, los resultados muestran una notable equivalencia entre los grupos: el grupo experimental alcanzó una media de 20,80, mientras que el grupo control obtuvo 18,27. Esta proximidad, sumada a desviaciones estándar relativamente similares (9,879 y 7,469 respectivamente), confirma la homogeneidad inicial, condición indispensable para la validez del diseño cuasiexperimental.

Sin embargo, los resultados del postest evidencian una transformación significativa. El grupo experimental alcanza una media de 49,93, superando ampliamente al grupo control, cuya media se sitúa en 31,33. Esta diferencia no solo es cuantitativamente relevante, sino que refleja un cambio cualitativo en la capacidad de resolución de problemas.

Figura 8

Síntesis comparativa de medias por dimensión y grupo



Nota. La figura resume la magnitud del cambio del grupo experimental frente al grupo control, manteniendo la lectura diferenciada por dimensión de la competencia.

Tabla 2
Análisis de la media de la competencia resuelve problemas de geometría descriptiva

	Grupos	N	Media	Desviación	Error promedio
Competencia resuelve problemas de geometría descriptiva (Pretest)	Grupo experimental	15	20,80	9,879	2,661
	Grupo control	15	18,27	7,469	1,928
Competencia resuelve problemas de geometría descriptiva (Postest)	Grupo experimental	15	49,93	17,645	4,556
	Grupo control	15	31,33	10,140	2,618

No obstante, la desviación estándar del grupo experimental (17,645) revela una alta dispersión de los resultados, lo que sugiere la presencia de distintos niveles de apropiación del método. Este hallazgo es particularmente relevante desde una perspectiva pedagógica, ya que indica que, aunque la intervención es efectiva en términos generales, su impacto no es homogéneo. En otras palabras, el Método Polya potencia el aprendizaje, pero su efectividad depende también de variables individuales como el nivel previo, la motivación o las habilidades metacognitivas del estudiante.

Este comportamiento es consistente con lo señalado por Schoenfeld (1985), quien advierte que la enseñanza de estrategias heurísticas no produce efectos uniformes, sino que interactúa con los procesos de autorregulación del estudiante.

7.6. RESULTADOS POR TIPO DE PROBLEMA

El análisis desagregado por tipo de problema permite identificar con mayor precisión las áreas en las que la intervención genera mayor impacto, así como aquellas que requieren un desarrollo didáctico adicional.

7.6.1. Problemas de forma

En este tipo de problemas, el grupo experimental muestra una mejora sustancial: el nivel bajo se reduce de 60% a 6,7%, mientras que el nivel alto alcanza un 33,3%. La media se incrementa de 10,13 a 19,27, prácticamente duplicando el rendimiento inicial.

Este resultado sugiere que el Método Polya favorece especialmente la capacidad de representar y reinterpretar configuraciones geométricas, habilidad fundamental en la geometría descriptiva. La fase de comprensión, reforzada durante la intervención, parece

haber tenido un impacto directo en este tipo de tareas, donde la visualización y la traducción entre representaciones son esenciales.

Desde una perspectiva cognitiva, estos resultados evidencian un fortalecimiento de los procesos de construcción de significado, en línea con el aprendizaje significativo propuesto por Ausubel (2002).

Tabla 3

Análisis de frecuencias y porcentajes de la competencia resuelve problemas de descripción de formas

	Grupos		Frecuencia	Porcentaje
Resolver problemas de descripción de formas (Pretest)	Grupo experimental	Bajo	9	60,0
		Medio	6	40,0
	Grupo control	Bajo	9	60,0
		Medio	6	40,0
Resolver problemas de descripción de formas (Postest)	Grupo experimental	Bajo	1	6,7
		Medio	9	60,0
		Alto	5	33,3
	Grupo control	Bajo	6	40,0
		Medio	9	60.0

Tabla 4

Análisis de la media de la competencia resuelve problemas de descripción de formas

	Grupos	N	Media	Desviación	Error promedio
Resolver problemas de descripción de formas (Pretest)	Grupo experimental	15	10,13	5,462	1,410
	Grupo control	15	8,33	4,271	1,103
Resolver problemas de descripción de formas (Postest)	Grupo experimental	15	19,27	5,800	1,497
	Grupo control	15	12,00	4,309	1,112

7.6.2. Problemas de dimensión

En este tipo de problemas, el grupo experimental reduce el nivel bajo de 80% a 20% y alcanza un 33,3% en nivel alto. La media aumenta de 6,67 a 17,40, superando ampliamente al grupo Los resultados en esta categoría son aún más contundentes. El nivel bajo se reduce de 80% a 20%, mientras que un 33,3% de los estudiantes alcanza el nivel alto. La media aumenta de 6,67 a 17,40, superando ampliamente al grupo control.

Este tipo de problemas exige no solo comprensión conceptual, sino también integración entre razonamiento espacial y cálculo matemático. La mejora observada sugiere que el Método Polya facilita la articulación entre estas dimensiones, permitiendo a los estudiantes estructurar mejor sus estrategias de resolución.

Asimismo, este resultado puede interpretarse como evidencia del desarrollo de pensamiento estratégico, particularmente en la fase de planificación, donde los estudiantes aprenden a anticipar procedimientos y organizar información relevante.

Tabla 5
Análisis de frecuencias y porcentajes de la competencia resuelve problemas de dimensión

	Grupos		Frecuencia	Porcentaje
Resolver problemas de dimensión (Pretest)	Grupo experimental	Bajo	12	80,0
		Medio	3	20,0
	Grupo control	Bajo	13	86,7
		Medio	2	13,3
Resolver problemas de dimensión (Postest)	Grupo experimental	Bajo	3	20,0
		Medio	7	46,7
		Alto	5	33,3
	Grupo control	Bajo	6	40,0
		Medio	8	53,3
		Alto	1	6,7

Tabla 6
Análisis de medias de la competencia resuelve problemas de dimensión

	Grupos	N	Media	Desviación	Error promedio
Resolver problemas de dimensión (Pretest)	Grupo experimental	15	6,67	4,53	1,170
	Grupo control	15	6,60	3,58	0,925
Resolver problemas de dimensión (Postest)	Grupo experimental	15	17,40	7,500	1,937
	Grupo control	15	11,07	5,338	1,378

7.6.3. Problemas de posición relativa

Este tipo de problemas representa el mayor desafío cognitivo, lo cual se refleja en los resultados. Aunque el grupo experimental mejora (reducción del nivel bajo de 86,7% a 40% y aumento del nivel alto a 26,7%), el progreso es menos pronunciado que en otras categorías.

La media se incrementa de 4,0 a 13,27, lo que indica avances importantes, pero también evidencia la persistencia de dificultades.

Desde una perspectiva didáctica, este hallazgo sugiere que las habilidades de visualización espacial avanzada y transformación mental requieren intervenciones más prolongadas y específicas. A diferencia de otros tipos de problemas, aquí no basta con aplicar heurísticas generales; se requiere un entrenamiento más intensivo en representación espacial.

Este resultado coincide con investigaciones en educación en ingeniería que señalan que la visualización tridimensional es una de las competencias más complejas de desarrollar (Sorby, 2009).

Tabla 7
Análisis de frecuencias y porcentajes de la competencia resuelve problemas de posición relativa

	Grupos		Frecuencia	Porcentaje
Resolver problemas de posición relativa (Pretest)	Grupo experimental	Bajo	13	86,7
		Medio	2	13,3
	Grupo control	Bajo	15	100,0
Resolver problemas de posición relativa (Postest)	Grupo experimental	Bajo	6	40,0
		Medio	5	33,3

	Grupos		Frecuencia	Porcentaje
	Grupo control	Alto	4	26,7
		Bajo	11	73,3
		Medio	4	26,7

Tabla 8

Análisis de la media de la competencia resuelve problemas de posición relativa

	Grupos	N	Media	Desviación	Error promedio
Resolver problemas de posición relativa (Pretest)	Grupo experimental	15	4,0	4,826	1,246
	Grupo control	15	3,33	3,288	0,849
Resolver problemas de posición relativa (Postest)	Grupo experimental	15	13,27	7,732	1,996
	Grupo control	15	8,27	4,114	1,062

7.7. ANÁLISIS INFERENCIAL

El análisis estadístico permitió validar los resultados observados.

En primer lugar, la prueba de Shapiro-Wilk confirmó la normalidad de los datos ($p > 0,05$), mientras que la prueba de Levene evidenció homogeneidad de varianzas ($p = 0,517$), lo que permitió el uso de la prueba t de Student.

7.7.1. Hipótesis general

En el postest, el nivel de significancia fue menor a 0,001, lo que permitió rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alternativa. En consecuencia, se concluye que el Método Polya influye significativamente en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas.

7.7.2. Hipótesis específicas

Los resultados confirmaron efectos significativos en todas las dimensiones:

- Problemas de forma: $p = 0,003$
- Problemas de dimensión: $p = 0,005$
- Problemas de posición relativa: $p = 0,037$

Estos valores evidencian la consistencia del impacto del método en distintos tipos de problemas.

7.8. INTERPRETACIÓN PEDAGÓGICA DE LOS HALLAZGOS

Los resultados permiten afirmar que la implementación del Método Polya no solo mejora el rendimiento académico, sino que transforma la calidad del aprendizaje. La mejora en las fases de comprensión y planificación evidencia un cambio en la forma en que los estudiantes abordan los problemas, pasando de un enfoque mecánico a uno estratégico.

Asimismo, el desarrollo parcial de la fase de revisión revela la necesidad de fortalecer la dimensión metacognitiva del aprendizaje, aspecto clave para la formación de profesionales autónomos.

En síntesis, los hallazgos confirman que la enseñanza basada en la resolución de problemas, estructurada a partir del Método Polya, constituye una estrategia didáctica eficaz para la enseñanza de la geometría descriptiva en educación superior, con implicancias directas en la formación en ingeniería.

CAPÍTULO 8

DISCUSIÓN ACADÉMICA

8.1. INTERPRETACIÓN INTEGRAL DE LOS RESULTADOS

Los resultados obtenidos en la presente investigación permiten afirmar, con un alto nivel de consistencia empírica y estadística, que la implementación del Método Polya genera un impacto significativo en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas en geometría descriptiva en estudiantes de ingeniería.

Desde una perspectiva global, la mejora observada no debe interpretarse únicamente como un incremento en los puntajes obtenidos en el postest, sino como una transformación en la estructura cognitiva del aprendizaje. En efecto, el tránsito de un 86,7% de estudiantes en nivel bajo a una distribución más equilibrada entre niveles medio (53,3%) y alto (26,7%) en el grupo experimental evidencia un cambio sustantivo en la manera en que los estudiantes enfrentan situaciones problemáticas.

Este resultado adquiere mayor relevancia si se considera que, en el grupo control, si bien se registran ligeras mejoras, estas no alcanzan niveles altos de desempeño, lo que sugiere que la enseñanza tradicional, basada en la repetición de procedimientos, resulta insuficiente para desarrollar competencias complejas.

En este sentido, los hallazgos permiten sostener que el Método Polya no solo mejora el rendimiento académico, sino que incide directamente en la calidad del pensamiento matemático, promoviendo procesos de análisis, planificación y reflexión que trascienden la resolución mecánica de ejercicios.

8.2. DISCUSIÓN DESDE EL ENFOQUE HEURÍSTICO Y CONSTRUCTIVISTA

Los resultados del estudio encuentran un sólido respaldo en el enfoque heurístico propuesto por Polya (1945, 1965), quien plantea que la resolución de problemas debe

entenderse como un proceso flexible, orientado por estrategias que guían el razonamiento en contextos de incertidumbre.

La mejora significativa en las fases de comprensión y planificación observada en el grupo experimental evidencia que los estudiantes han internalizado estas estrategias heurísticas, desarrollando la capacidad de analizar problemas, establecer relaciones y anticipar soluciones. Este hallazgo coincide con lo señalado por Lester (2013), quien sostiene que la enseñanza de heurísticas permite a los estudiantes construir esquemas de acción transferibles a diversas situaciones problemáticas.

Asimismo, desde la perspectiva constructivista, los resultados reflejan un proceso de aprendizaje activo, en el cual el estudiante deja de ser un receptor pasivo de información para convertirse en un agente que construye conocimiento a partir de la interacción con el problema. Este proceso se alinea con los planteamientos de Ausubel (2002), quien enfatiza la importancia de la significatividad del aprendizaje y la integración de nuevos conocimientos con estructuras cognitivas previas.

En este contexto, el Método Polya actúa como un organizador cognitivo que facilita la construcción de significados, permitiendo al estudiante establecer conexiones entre conceptos y aplicar estos de manera flexible en la resolución de problemas.

8.3. DIMENSIÓN METACOGNITIVA Y AUTORREGULACIÓN DEL APRENDIZAJE

Uno de los aspectos más relevantes de los resultados es la evidencia parcial del desarrollo metacognitivo en los estudiantes. Si bien se observan mejoras significativas en las fases iniciales del método, la fase de revisión presenta un desarrollo limitado, lo que constituye un hallazgo crítico.

De acuerdo con Schoenfeld (1985), la metacognición —entendida como la capacidad de planificar, monitorear y evaluar el propio proceso cognitivo— es un componente esencial en la resolución de problemas complejos. En este estudio, la baja proporción de estudiantes que alcanzan niveles altos en la fase de revisión sugiere que, aunque los estudiantes han desarrollado habilidades estratégicas, aún presentan

dificultades para reflexionar de manera sistemática sobre sus propios procesos de solución.

Este resultado no debe interpretarse como una limitación del Método Polya, sino como una evidencia de que la metacognición requiere una enseñanza explícita y sostenida en el tiempo. En otras palabras, no basta con incorporar la fase de revisión en la estructura del método; es necesario diseñar actividades específicas que promuevan la autoevaluación, el análisis de errores y la reflexión crítica.

En este sentido, los resultados coinciden con investigaciones previas que señalan que la dimensión metacognitiva suele ser la menos desarrollada en contextos educativos, incluso cuando se implementan metodologías activas (Hiebert et al., 1997).

8.4. ANÁLISIS DIFERENCIADO POR TIPO DE PROBLEMA

El análisis por dimensiones (forma, dimensión y posición relativa) permite una comprensión más fina del impacto del Método Polya.

En los problemas de forma, la mejora significativa observada en el grupo experimental sugiere un fortalecimiento de la capacidad de representación espacial. Este tipo de problemas requiere la interpretación de configuraciones geométricas, lo que implica procesos cognitivos vinculados a la visualización y la abstracción.

En los problemas de dimensión, el incremento notable en las medias evidencia una mejor articulación entre razonamiento geométrico y cálculo, lo que indica que los estudiantes han logrado integrar distintos tipos de conocimientos en la resolución de problemas.

Por otro lado, los problemas de posición relativa, que implican un mayor nivel de complejidad, presentan mejoras más moderadas. Este resultado es consistente con la literatura, que señala que las tareas que demandan visualización espacial avanzada requieren mayor tiempo de entrenamiento y desarrollo progresivo (Schoenfeld, 1985).

En conjunto, estos resultados permiten afirmar que el Método Polya tiene un impacto diferencial según el tipo de problema, siendo más efectivo en aquellos que

requieren estructuración del pensamiento y progresivamente en los que demandan mayor abstracción.

8.5. VALIDACIÓN ESTADÍSTICA Y CONSISTENCIA DE LOS RESULTADOS

El análisis inferencial refuerza la validez de los hallazgos. La confirmación de la normalidad de los datos mediante la prueba de Shapiro-Wilk y la homogeneidad de varianzas mediante la prueba de Levene permitió el uso de la prueba t de Student, garantizando la rigurosidad del análisis.

Los resultados de la prueba de hipótesis general ($p < 0,001$) evidencian una diferencia estadísticamente significativa entre el grupo experimental y el grupo control en el postest, lo que permite afirmar, con un nivel de confianza del 95%, que el Método Polya influye en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas.

Asimismo, la significancia obtenida en las hipótesis específicas ($p = 0,003$; $p = 0,005$; $p = 0,037$) demuestra la consistencia del efecto del método en distintas dimensiones del aprendizaje, lo que fortalece la validez interna del estudio.

8.6. IMPLICANCIAS PEDAGÓGICAS Y CURRICULARES

Los resultados de la investigación tienen implicancias relevantes para el diseño curricular y la práctica docente en educación superior, particularmente en el ámbito de la ingeniería.

En primer lugar, evidencian la necesidad de transitar desde modelos de enseñanza centrados en la transmisión de contenidos hacia enfoques orientados al desarrollo de competencias. En este contexto, el Método Polya se presenta como una herramienta didáctica que permite operacionalizar este cambio.

En segundo lugar, los hallazgos destacan la importancia de incorporar la resolución de problemas como eje articulador del proceso de enseñanza-aprendizaje, promoviendo el desarrollo de habilidades cognitivas y metacognitivas.

En tercer lugar, se pone de manifiesto la necesidad de fortalecer la formación docente en el uso de estrategias heurísticas y en la promoción de la metacognición, aspectos que resultan clave para la implementación efectiva del método.

Finalmente, los resultados sugieren que la integración de este enfoque en el currículo puede contribuir a mejorar la calidad de la formación profesional, alineando el proceso educativo con las demandas del contexto laboral contemporáneo.

8.7. LIMITACIONES Y PROYECCIONES DE INVESTIGACIÓN

A pesar de los resultados positivos, el estudio presenta algunas limitaciones que deben ser consideradas.

El tamaño de la muestra y el contexto específico de aplicación limitan la generalización de los resultados. Asimismo, la duración de la intervención no permite evaluar efectos a largo plazo, especialmente en el desarrollo de la metacognición.

En este sentido, futuras investigaciones podrían:

- Ampliar la muestra y replicar el estudio en distintos contextos
- Evaluar el impacto del método a largo plazo
- Diseñar intervenciones específicas para fortalecer la fase de revisión
- Integrar el Método Polya con tecnologías educativas

Estas líneas de investigación permitirían profundizar en la comprensión del impacto del método y optimizar su aplicación en contextos educativos diversos.

PARTE III: APORTE Y TRANSFERENCIA DOCENTE

CAPÍTULO 9

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA CON EL MÉTODO POLYA

9.1. PRINCIPIOS DE IMPLEMENTACIÓN

La implementación del Método Polya en contextos de educación superior exige superar su interpretación reduccionista como una secuencia de pasos, para comprenderlo como un **enfoque pedagógico integral orientado al desarrollo del pensamiento matemático, la autonomía cognitiva y la resolución estratégica de problemas**. En el ámbito de la formación en ingeniería, esta transición resulta especialmente relevante, dado que los estudiantes enfrentan problemas complejos, abiertos y altamente contextualizados.

En este marco, la aplicación didáctica del método debe sustentarse en principios que garanticen coherencia entre la práctica docente, los procesos de aprendizaje y las competencias profesionales esperadas.

En primer lugar, el **principio de centralidad del problema** establece que el aprendizaje debe organizarse en torno a situaciones problemáticas auténticas, relevantes y contextualizadas. Tal como sostiene Polya (1945), el problema constituye el núcleo del aprendizaje y no un elemento accesorio. Esta perspectiva se articula con el aprendizaje basado en problemas (Barrows, 1986), donde el conocimiento emerge como respuesta a una necesidad cognitiva. En el contexto de la ingeniería, ello implica diseñar problemas que reproduzcan condiciones reales de análisis, toma de decisiones y representación espacial.

En segundo lugar, el **principio de explicitación del pensamiento** implica hacer visibles los procesos cognitivos involucrados en la resolución de problemas. Schoenfeld (1985) señala que una de las principales limitaciones en la enseñanza de las matemáticas radica en la invisibilidad del pensamiento experto. En consecuencia, el docente debe

modelar estrategias, verbalizar decisiones, justificar procedimientos y promover espacios donde los estudiantes puedan externalizar su razonamiento. Este proceso transforma la clase en un espacio de reflexión cognitiva y no solo de ejecución técnica.

Un tercer principio es el **andamiaje progresivo**, fundamentado en los aportes de Vygotsky (1978). La mediación docente debe ajustarse a la zona de desarrollo próximo del estudiante, proporcionando apoyos temporales que faciliten la apropiación de estrategias heurísticas. A medida que el estudiante adquiere mayor dominio, estos apoyos deben retirarse gradualmente, favoreciendo la autonomía en la resolución de problemas.

Asimismo, el **principio de integración de la metacognición** adquiere un papel central. La fase de revisión del Método Polya no solo implica verificar resultados, sino reflexionar sobre el proceso seguido. Flavell (1979) sostiene que la metacognición es un componente esencial del aprendizaje autorregulado, ya que permite al estudiante planificar, monitorear y evaluar su desempeño. En este sentido, enseñar a resolver problemas implica también enseñar a pensar sobre el propio pensamiento.

Finalmente, el **principio de transferencia del aprendizaje** orienta el uso del método hacia contextos diversos. No se trata únicamente de resolver problemas específicos, sino de desarrollar estructuras cognitivas que permitan enfrentar situaciones nuevas. Esta capacidad de transferencia constituye una de las competencias más relevantes en la formación en ingeniería, donde los problemas rara vez se presentan de manera rutinaria.

9.2. DISEÑO DE SESIONES DE APRENDIZAJE

El diseño de sesiones bajo el enfoque del Método Polya requiere una planificación intencional que articule objetivos, actividades y evaluación en torno a la resolución de problemas como eje central del aprendizaje.

Una sesión tipo puede organizarse en los siguientes momentos:

1. Planteamiento del problema. El docente introduce una situación problemática significativa, preferentemente vinculada a contextos reales de la ingeniería. Este momento debe generar un desequilibrio cognitivo que movilice el interés del estudiante.

En términos de Ausubel (2002), el problema debe ser potencialmente significativo, es decir, susceptible de ser relacionado con la estructura cognitiva previa del estudiante.

2. Comprensión y análisis. En esta fase, los estudiantes identifican los elementos del problema: datos, incógnitas y condiciones. En geometría descriptiva, esto implica la interpretación de representaciones espaciales, lo cual requiere habilidades específicas de visualización (Sorby, 2009). El docente interviene mediante preguntas orientadoras que guían la comprensión sin resolver el problema.

3. Planificación y ejecución. Los estudiantes elaboran estrategias de solución y las implementan. Se promueve el trabajo colaborativo, el contraste de enfoques y la discusión argumentada. El docente actúa como mediador, regulando el proceso sin imponer soluciones, favoreciendo así el desarrollo del pensamiento estratégico.

4. Socialización y reflexión. Las soluciones son compartidas, analizadas y discutidas colectivamente. Este espacio permite comparar procedimientos, identificar errores y reflexionar sobre la eficacia de las estrategias utilizadas. Aquí se consolida la dimensión metacognitiva del aprendizaje.

Este modelo transforma la clase tradicional en un entorno de aprendizaje activo, donde el conocimiento se construye a través de la interacción, la reflexión y la resolución de problemas.

9.3. ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA CADA FASE DEL MÉTODO

La implementación del Método Polya en educación superior exige traducir sus fases en estrategias didácticas concretas. En este sentido, las siguientes orientaciones no deben entenderse como recetas, sino como guías flexibles que orientan la mediación docente y favorecen el desarrollo del pensamiento estratégico.

Fase de comprensión

- **Reformulación del problema con lenguaje propio.** Esta estrategia permite evidenciar el nivel real de comprensión del estudiante. Al expresar el problema con sus propias palabras, el estudiante activa conocimientos previos y establece

relaciones significativas, en línea con el aprendizaje significativo propuesto por Ausubel (2002). Además, permite al docente identificar posibles errores de interpretación desde el inicio del proceso.

- **Representación gráfica (croquis, diagramas).** En geometría descriptiva, la visualización constituye un elemento central. La elaboración de representaciones gráficas facilita la construcción de modelos mentales y la organización de la información relevante. Tal como señala Sorby (2009), el desarrollo de habilidades espaciales es determinante en la formación en ingeniería.

- **Identificación de datos, incógnitas y condiciones.** Este proceso contribuye a estructurar el problema y delimitar su alcance. No se trata únicamente de extraer información, sino de comprender las relaciones entre los elementos del problema, lo que sienta las bases para una planificación efectiva.

En conjunto, estas estrategias permiten superar una de las principales dificultades detectadas en la investigación: la comprensión superficial de los enunciados.

Fase de planificación

- **Uso de analogías con problemas similares.** La analogía constituye una de las heurísticas más potentes, ya que permite transferir estructuras de solución a nuevas situaciones. Este proceso implica reconocer patrones y establecer correspondencias, lo cual es característico del pensamiento experto (Polya, 1965).

- **Descomposición en subproblemas.** Dividir un problema complejo en partes manejables reduce la carga cognitiva y facilita su resolución. Esta estrategia resulta especialmente útil en geometría descriptiva, donde los problemas suelen involucrar múltiples relaciones espaciales.

- **Anticipación de resultados.** La formulación de hipótesis sobre posibles resultados permite orientar la acción y detectar inconsistencias de manera temprana. Esta capacidad de anticipación es un indicador de pensamiento estratégico y se asocia con niveles avanzados de desempeño.

Estas estrategias evidencian un cambio sustancial respecto a enfoques tradicionales, en los cuales la planificación suele estar ausente o implícita.

Fase de ejecución

- **Aplicación ordenada de procedimientos.** La ejecución no debe entenderse como una simple aplicación mecánica, sino como un proceso guiado por el plan previamente diseñado. La coherencia entre planificación y ejecución es un indicador clave de dominio del método.

- **Verificación parcial de resultados.** La revisión continua durante la ejecución permite detectar errores de manera temprana y ajustar el procedimiento. Esta práctica fortalece el control cognitivo y reduce la probabilidad de errores acumulativos.

- **Uso de herramientas gráficas en geometría descriptiva.** La precisión en la construcción de representaciones gráficas es fundamental. El uso adecuado de instrumentos y técnicas permite materializar el razonamiento y facilita la validación de resultados.

En esta fase, el docente debe mantener un equilibrio entre acompañamiento y autonomía, evitando intervenir de manera excesiva.

Fase de revisión

- **Comprobación del resultado.** Implica verificar la coherencia de la solución con las condiciones del problema. Esta comprobación puede realizarse mediante métodos alternativos o contrastando con estimaciones previas.

- **Análisis de errores.** El error debe ser concebido como una oportunidad de aprendizaje. Identificar su origen permite fortalecer la comprensión y evitar su repetición en situaciones futuras.

- **Reflexión sobre la estrategia utilizada.** Esta es la dimensión metacognitiva del proceso. El estudiante debe analizar qué decisiones fueron efectivas y por qué, lo que favorece la transferencia del aprendizaje.

Tal como evidencian los resultados del estudio, esta fase presenta el menor nivel de desarrollo, lo que confirma la necesidad de fortalecerla desde la práctica docente.

9.4. ERRORES FRECUENTES EN LA APLICACIÓN DEL MÉTODO POLYA

La implementación del método también enfrenta diversas limitaciones que deben ser consideradas para evitar interpretaciones reduccionistas.

- **Reducción del método a pasos mecánicos.** Cuando el Método Polya se presenta como una secuencia rígida, pierde su carácter heurístico. Esta simplificación limita el desarrollo del pensamiento crítico y convierte el proceso en una rutina sin sentido. Polya (1945) advierte explícitamente sobre este riesgo.

- **Insuficiente mediación docente.** La idea de que el estudiante debe "descubrir todo por sí mismo" conduce a una ausencia de guía que puede generar frustración. Schoenfeld (1985) señala que la mediación docente es clave para desarrollar habilidades heurísticas.

- **Desatención de la fase de revisión.** Como lo evidencian los resultados de la investigación, esta fase suele ser omitida o tratada superficialmente. Esto impide el desarrollo de la metacognición y limita la consolidación del aprendizaje.

- **Descontextualización de los problemas.** Problemas alejados de la realidad profesional reducen la motivación y dificultan la transferencia del conocimiento. En ingeniería, la contextualización es esencial para dotar de sentido al aprendizaje.

9.5. EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE DESDE EL ENFOQUE DEL MÉTODO POLYA

La evaluación debe alinearse con el enfoque del método, centrando la atención tanto en el proceso como en el resultado.

- **Uso de rúbricas analíticas.** Las rúbricas permiten evaluar dimensiones específicas como comprensión, planificación, ejecución y revisión. Esto

proporciona una visión más completa del desempeño del estudiante y facilita la retroalimentación.

- **Evaluación formativa.** La retroalimentación continua permite ajustar el proceso de aprendizaje. No se trata solo de calificar, sino de orientar el desarrollo de competencias.

- **Autoevaluación y coevaluación.** Estas estrategias promueven la reflexión y la toma de conciencia sobre el propio aprendizaje. Según Flavell (1979), este tipo de prácticas fortalece la metacognición.

9.6. Recomendaciones para la implementación

- **Incorporación sistemática del método.** El Método Polya debe integrarse en la planificación curricular de manera continua, no como una estrategia ocasional.

- **Diseño de problemas contextualizados.** Es fundamental vincular los problemas con situaciones reales de la ingeniería, lo que favorece la motivación y la transferencia.

- **Fortalecimiento de la fase de revisión.** Se deben diseñar actividades específicas orientadas a la reflexión, dado que esta es la fase más débil.

- **Promoción de la verbalización del pensamiento.** Explicar los procesos permite hacer visibles las estrategias cognitivas y facilita el aprendizaje.

- **Integración de tecnología educativa.** Herramientas digitales pueden potenciar la visualización y comprensión, especialmente en geometría descriptiva.

9.6. RECOMENDACIONES PARA LA IMPLEMENTACIÓN

- **Incorporación sistemática del método**

Debe formar parte del diseño curricular, no ser una estrategia ocasional. Esto garantiza continuidad y coherencia pedagógica.

- **Diseño de problemas contextualizados**

Problemas vinculados a la ingeniería incrementan la motivación y favorecen la transferencia del conocimiento.

- **Fortalecimiento de la fase de revisión**

Se deben incluir actividades específicas de reflexión, análisis de errores y discusión de estrategias.

- **Promoción de la verbalización del pensamiento**

Explicar el proceso permite hacer visibles las estrategias cognitivas y facilita el aprendizaje profundo.

- **Integración de tecnología educativa**

Herramientas digitales potencian la visualización espacial, especialmente en geometría descriptiva, y enriquecen la experiencia de aprendizaje.

9.7. RECURSOS COMPLEMENTARIOS PARA LA IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO POLYA

La efectividad de una propuesta didáctica no depende únicamente de su fundamentación teórica, sino de la disponibilidad de recursos que permitan su implementación concreta en el aula. En este sentido, el presente apartado reúne un conjunto de herramientas pedagógicas diseñadas para facilitar la aplicación sistemática del Método Polya en contextos de educación superior.

Estos recursos no deben entenderse como instrumentos rígidos, sino como apoyos flexibles que el docente puede adaptar según las características de su contexto, disciplina y estudiantes.

9.7.1. Guía de preguntas heurísticas por fase

Uno de los principales desafíos en la enseñanza de la resolución de problemas es orientar el pensamiento del estudiante sin anular su autonomía. Para ello, se propone el uso de preguntas heurísticas que actúan como andamiajes cognitivos.

Fase de comprensión

- ¿Qué se pide exactamente en el problema?
- ¿Qué información es relevante y cuál no?
- ¿Puedes representar el problema de otra manera?
- ¿Has visto un problema similar anteriormente?

Estas preguntas favorecen la construcción de una representación mental clara, condición necesaria para avanzar en el proceso.

Fase de planificación

- ¿Qué estrategias podrías utilizar?
- ¿Existe un problema similar que ya hayas resuelto?
- ¿Puedes dividir el problema en partes más simples?
- ¿Qué resultado esperas obtener?

Estas interrogantes estimulan el pensamiento estratégico y evitan la ejecución impulsiva.

Fase de ejecución

- ¿Estás siguiendo el plan que diseñaste?
- ¿Los pasos que estás realizando son coherentes?
- ¿Puedes verificar parcialmente lo que has hecho?

Este tipo de preguntas fortalece el control cognitivo durante la acción.

Fase de revisión

- ¿Tu respuesta tiene sentido?
- ¿Podrías resolver el problema de otra forma?

- ¿Qué errores cometiste y qué aprendiste de ellos?
- ¿Cómo aplicarías esta estrategia en otro problema?

Aquí se activa la metacognición, uno de los aspectos más débiles detectados en la investigación.

9.7.2. Ejemplo de secuencia didáctica

Para facilitar la implementación, se propone una secuencia base adaptable:

Sesión 1–2:

- Introducción al método
- Modelamiento docente (pensamiento en voz alta)

Sesión 3–6:

- Aplicación guiada
- Uso intensivo de preguntas heurísticas

Sesión 7–12:

- Resolución autónoma
- Trabajo colaborativo

Sesión 13–20:

- Problemas complejos
- Énfasis en revisión y metacognición

Esta progresión responde al principio de andamiaje, transitando desde la guía hacia la autonomía.

9.7.3. Modelo de rúbrica de evaluación

Se propone una estructura base:

Criterio	Bajo	Medio	Alto
Comprensión	Interpretación incorrecta	Identifica parcialmente	Comprensión completa
Planificación	Sin estrategia	Estrategia parcial	Estrategia clara y pertinente
Ejecución	Procedimiento incoherente	Parcialmente correcto	Coherente y preciso
Revisión	No revisa	Revisión superficial	Análisis crítico

Esta rúbrica permite evaluar el proceso completo, alineado con el enfoque del método.

9.7.4. Ejemplo de problema aplicado en geometría descriptiva

Se recomienda incluir problemas como:

Determinar la verdadera magnitud de una recta oblicua dada por sus proyecciones horizontal y vertical.

Este tipo de problema permite:

- Aplicar visualización espacial
- Integrar múltiples fases del método
- Promover estrategias no rutinarias

9.7.5. Uso de recursos digitales

La incorporación de tecnología potencia significativamente el método:

- Software de modelado 3D → mejora visualización
- Simuladores geométricos → permiten exploración
- Plataformas colaborativas → favorecen discusión

Esto resulta especialmente relevante en geometría descriptiva, donde la abstracción espacial es una dificultad recurrente.

9.7.6. Instrumentos de seguimiento del aprendizaje

Se recomienda incorporar:

- **Diarios de aprendizaje**
- **Portafolios de problemas**
- **Registros de estrategias utilizadas**

Estos instrumentos permiten evidenciar no solo resultados, sino evolución del pensamiento.

CAPÍTULO 10

MODELO DIDÁCTICO BASADO EN EL MÉTODO POLYA

10.1. FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA Y PEDAGÓGICA DEL MODELO

El modelo didáctico propuesto en esta obra no constituye una simple operacionalización del Método Polya, ni una adaptación metodológica puntual, sino una **reconfiguración pedagógica integral del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría descriptiva en educación superior**. Su formulación responde a una problemática claramente identificada en la investigación: la insuficiencia de los enfoques tradicionales centrados en la transmisión de procedimientos para desarrollar competencias complejas de resolución de problemas en estudiantes de ingeniería.

En este sentido, el modelo se sustenta en una **articulación teórica multidimensional** que integra fundamentos epistemológicos, cognitivos y didácticos, permitiendo explicar no solo *cómo enseñar*, sino también *cómo se construye el conocimiento* en contextos de alta exigencia conceptual.

a) Fundamento constructivista: el conocimiento como construcción activa

Desde una perspectiva epistemológica, el modelo se inscribe en el **paradigma constructivista**, particularmente en la tradición sociocultural de **Vygotsky (1978)**. Bajo este enfoque, el conocimiento no se concibe como una entidad objetiva que se transmite de manera directa, sino como una construcción activa del sujeto, mediada por la interacción social, el lenguaje y la cultura.

Esto implica una transformación profunda del rol del estudiante: deja de ser un receptor pasivo de información para convertirse en un **agente activo que interpreta, reorganiza y resignifica los contenidos** a partir de su experiencia previa. En el contexto de la geometría descriptiva, esta construcción resulta especialmente compleja, debido a

la necesidad de articular representaciones bidimensionales con estructuras espaciales abstractas.

El modelo reconoce que esta construcción no ocurre de manera espontánea, sino que requiere de **situaciones problemáticas que generen conflicto cognitivo**, entendido como la discrepancia entre los esquemas previos del estudiante y las demandas de la tarea. Es precisamente en este punto donde la resolución de problemas adquiere un rol central, ya que actúa como **motor del aprendizaje significativo**.

b) Enfoque heurístico: el pensamiento como objeto de enseñanza

Sobre esta base constructivista, el modelo incorpora el enfoque heurístico desarrollado por **Polya (1945, 1965)**, el cual redefine la enseñanza de las matemáticas al desplazar el énfasis desde el resultado hacia el proceso de pensamiento.

Las heurísticas, en este marco, no son algoritmos rígidos ni recetas universales, sino **estrategias cognitivas flexibles que orientan la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre**. Este aspecto resulta particularmente relevante en la formación en ingeniería, donde los problemas rara vez tienen soluciones únicas o procedimientos predeterminados.

El aporte central del enfoque heurístico en el modelo es la **explicitación del pensamiento**. Es decir, hacer visible aquello que tradicionalmente permanece implícito: cómo se analiza un problema, cómo se elige una estrategia, cómo se evalúa una solución. Esta explicitación permite que los estudiantes no solo resuelvan problemas, sino que desarrollen la capacidad de **pensar estratégicamente sobre su propio proceso de resolución**.

Los resultados empíricos del estudio respaldan este planteamiento, evidenciando mejoras significativas en las fases de comprensión, planificación y ejecución en el grupo experimental, lo que sugiere que la enseñanza explícita de heurísticas tiene un impacto directo en el desarrollo del pensamiento matemático.

c) Dimensión metacognitiva: regulación del aprendizaje

Un tercer pilar del modelo lo constituye la **metacognición**, desarrollada principalmente por **Schoenfeld (1985)** y **Flavell (1979)**. Desde esta perspectiva, el aprendizaje efectivo no depende únicamente del conocimiento declarativo (saber qué) o procedimental (saber cómo), sino también de la capacidad de **regular el propio proceso cognitivo**.

Esto implica tres habilidades fundamentales:

- **Planificación** (anticipar estrategias)
- **Monitoreo** (supervisar el proceso)
- **Evaluación** (valorar resultados y procedimientos)

La incorporación de esta dimensión permite explicar uno de los hallazgos más relevantes de la investigación: el **débil desarrollo de la fase de revisión**, incluso en el grupo experimental. Este resultado evidencia que, aunque los estudiantes pueden mejorar en la ejecución de procedimientos, **la autorregulación del pensamiento sigue siendo una competencia de mayor complejidad**, que requiere intervención pedagógica explícita.

En este sentido, el modelo no solo reconoce la importancia de la metacognición, sino que la integra como un componente estructural, promoviendo prácticas como:

- La reflexión sobre errores
- La comparación de estrategias
- La evaluación crítica de resultados

Estas prácticas permiten avanzar hacia un aprendizaje más profundo, caracterizado por la **autonomía cognitiva**.

d) Enfoque por competencias: integración de saberes

El modelo se articula además con el **enfoque por competencias**, particularmente en la línea propuesta por **Tobón (2013)**, que concibe la formación profesional como la capacidad de **integrar conocimientos, habilidades y actitudes para resolver problemas en contextos reales**.

Desde esta perspectiva, la competencia "resuelve problemas de geometría descriptiva" no puede reducirse a la ejecución de procedimientos técnicos. Por el contrario, implica una integración compleja de:

- Comprensión conceptual
- Pensamiento estratégico
- Habilidades de representación espacial
- Capacidad de evaluación crítica

El modelo didáctico propuesto permite operacionalizar esta competencia al estructurar el aprendizaje en torno a problemas auténticos, promoviendo un desempeño que trasciende lo académico y se proyecta hacia el ámbito profesional.

e) Articulación con la evidencia empírica

A diferencia de modelos puramente teóricos, la propuesta desarrollada en esta obra se distingue por su **sustento empírico**, derivado de un diseño cuasiexperimental que permitió evaluar su impacto en condiciones reales de enseñanza.

Los resultados obtenidos evidencian que:

- Los grupos partían de condiciones equivalentes (pretest sin diferencias significativas)
- El grupo experimental mostró mejoras sustanciales en el postest
- Las diferencias fueron estadísticamente significativas ($p < 0,001$)

Esta evidencia no solo valida la efectividad del modelo, sino que refuerza la coherencia entre sus fundamentos teóricos y su implementación práctica.

En este sentido, el modelo no debe entenderse como una propuesta abstracta, sino como una **estructura didáctica validada**, capaz de generar mejoras reales en el aprendizaje.

10.2. ESTRUCTURA CONCEPTUAL DEL MODELO

El modelo didáctico basado en el Método Polya se configura como un **sistema conceptual integrado**, en el que múltiples componentes interactúan de manera dinámica para favorecer el desarrollo de la competencia de resolución de problemas en geometría descriptiva. Su valor no radica únicamente en la identificación de estos elementos, sino en la **articulación funcional entre ellos**, lo que permite comprender el proceso de enseñanza-aprendizaje como una totalidad coherente y orientada a resultados formativos complejos.

A diferencia de enfoques fragmentados, donde los contenidos, las estrategias y la evaluación se abordan de manera independiente, el modelo propone una **estructura sistémica**, en la que cada componente cumple una función específica dentro de un proceso continuo de construcción del conocimiento.

Desde esta perspectiva, la estructura conceptual del modelo puede organizarse en cinco componentes fundamentales:

(1) el problema contextualizado,

(2) las fases del Método Polya,

(3) las estrategias heurísticas,

(4) la mediación docente, y

(5) la evaluación formativa.

Estos elementos no operan de manera lineal, sino que se articulan en una lógica **recursiva, flexible y adaptativa**, característica de los procesos de aprendizaje profundo.

a) El problema contextualizado como eje estructurador del aprendizaje

El primer componente del modelo es el **problema contextualizado**, el cual actúa como punto de partida y eje articulador de todo el proceso didáctico. En coherencia con los principios del aprendizaje basado en problemas, el conocimiento no se presenta como un contenido previamente estructurado, sino que emerge como respuesta a una situación que requiere ser comprendida y resuelta.

Sin embargo, no cualquier problema cumple esta función. Para que el problema sea verdaderamente estructurador del aprendizaje, debe cumplir con ciertas condiciones:

- **Autenticidad**: debe estar vinculado a situaciones reales o plausibles del campo de la ingeniería.
- **Relevancia**: debe tener sentido para el estudiante, generando interés y compromiso cognitivo.
- **Complejidad progresiva**: debe permitir distintos niveles de abordaje, evitando tanto la trivialidad como la sobrecarga cognitiva.
- **Apertura**: debe admitir múltiples estrategias de solución, favoreciendo el pensamiento divergente.

En el contexto de la geometría descriptiva, esto implica diseñar problemas que involucren **interpretación espacial, representación gráfica y toma de decisiones**, más allá de la simple aplicación de procedimientos.

Los resultados de la investigación muestran que cuando el aprendizaje se organiza en torno a este tipo de problemas, los estudiantes desarrollan una mayor capacidad de comprensión y planificación, lo que refuerza la pertinencia de este componente dentro del modelo.

b) Las fases del Método Polya como arquitectura cognitiva del aprendizaje

El segundo componente del modelo está constituido por las **fases del Método Polya**: comprensión, planificación, ejecución y revisión. Estas fases operan como la **arquitectura cognitiva** que estructura el proceso de resolución de problemas.

No obstante, el modelo propone una reinterpretación clave: las fases no deben entenderse como una secuencia rígida y lineal, sino como un **sistema recursivo**, en el que el estudiante puede:

- Volver a la comprensión si detecta inconsistencias
- Ajustar la planificación durante la ejecución
- Replantear estrategias a partir de la revisión

Esta visión dinámica se aproxima más al comportamiento real del pensamiento experto, en el cual la resolución de problemas implica **iteraciones constantes y toma de decisiones adaptativa**.

Cada fase cumple una función específica dentro del modelo:

- **Comprensión**: construcción del significado del problema
- **Planificación**: diseño estratégico de la solución
- **Ejecución**: implementación operativa
- **Revisión**: evaluación crítica y metacognitiva

Los resultados del estudio evidencian que las mayores mejoras se producen en las fases de comprensión y planificación, lo que sugiere que la enseñanza tradicional ha subestimado estas dimensiones, centrando la atención casi exclusivamente en la ejecución.

c) Estrategias heurísticas como mediadores del pensamiento

El tercer componente del modelo lo constituyen las **estrategias heurísticas**, que actúan como **mediadores cognitivos** entre el problema y su solución. Estas estrategias permiten orientar el pensamiento en contextos donde no existe un procedimiento único o evidente.

Entre las principales heurísticas incorporadas en el modelo se encuentran:

- **Analogía**: transferir soluciones de problemas similares

- **Descomposición**: dividir el problema en partes manejables
- **Representación gráfica**: construir modelos visuales
- **Anticipación**: prever posibles resultados

El valor de estas estrategias radica en que no se enseñan como contenidos aislados, sino que se integran de manera **situada**, es decir, dentro del proceso mismo de resolución de problemas.

Esto marca una diferencia sustancial con los enfoques tradicionales, donde las estrategias suelen permanecer implícitas o restringidas al docente. En el modelo propuesto, las heurísticas se convierten en **objetos explícitos de enseñanza**, lo que permite su apropiación por parte del estudiante.

Los hallazgos empíricos respaldan esta integración, evidenciando que los estudiantes del grupo experimental desarrollaron una mayor capacidad para estructurar sus procesos de resolución, lo que se refleja en el incremento significativo de sus resultados.

d) La mediación docente como regulación del proceso de aprendizaje

El cuarto componente del modelo es la **mediación docente**, entendida como el conjunto de intervenciones que orientan, regulan y potencian el aprendizaje del estudiante.

Desde esta perspectiva, el docente no es un transmisor de soluciones, sino un **mediador cognitivo** que:

- Formula preguntas que guían el pensamiento
- Proporciona andamiaje ajustado al nivel del estudiante
- Promueve la reflexión sobre el proceso
- Facilita la construcción de estrategias

Esta mediación se fundamenta en el concepto de **zona de desarrollo próximo**, propuesto por Vygotsky, y se materializa a través de prácticas como:

- Preguntas abiertas ("¿Qué entiendes del problema?")
- Sugerencias estratégicas ("¿Podrías dividir el problema?")
- Retroalimentación formativa ("Revisa si tu resultado cumple las condiciones")

Uno de los riesgos identificados en la implementación del Método Polya es la **subestimación del rol docente**, bajo la idea de que el estudiante debe descubrir todo de manera autónoma. El modelo propuesto supera esta limitación al reconocer que la autonomía se construye mediante **una mediación intencional y progresiva**.

e) Evaluación formativa como componente integrador

El quinto componente del modelo es la **evaluación formativa**, la cual no se concibe como una etapa final, sino como un proceso transversal que acompaña todo el aprendizaje.

En este modelo, evaluar implica:

- Analizar el proceso de resolución, no solo el resultado
- Identificar fortalezas y dificultades en cada fase
- Proporcionar retroalimentación oportuna
- Promover la autoevaluación y la coevaluación

Para ello, se incorporan instrumentos como **rúbricas analíticas**, que permiten valorar dimensiones específicas:

- Comprensión del problema
- Calidad de la planificación
- Coherencia en la ejecución

- Profundidad de la revisión

Esta perspectiva evaluativa es coherente con el enfoque por competencias, ya que reconoce que el aprendizaje es un proceso complejo que no puede reducirse a una calificación numérica.

f) Lógica sistémica y recursiva del modelo

La principal fortaleza de esta estructura conceptual radica en su **carácter sistémico**. Los componentes no funcionan de manera aislada, sino que interactúan constantemente:

- El problema activa las fases del método
- Las heurísticas orientan cada fase
- El docente regula el proceso mediante mediación
- La evaluación retroalimenta continuamente el aprendizaje

Esta interacción configura un sistema dinámico en el que el aprendizaje se construye mediante **ciclos sucesivos de acción, reflexión y ajuste**.

Desde esta perspectiva, el modelo puede representarse como un **circuito de aprendizaje**, en el que cada resolución de problema no es un punto final, sino el inicio de un nuevo proceso, cada vez más complejo y autónomo.

10.3. ARTICULACIÓN ENTRE TEORÍA, INTERVENCIÓN Y EVIDENCIA EMPÍRICA

Uno de los aportes más relevantes del modelo didáctico propuesto radica en su **carácter empíricamente validado**, lo que lo diferencia de múltiples propuestas pedagógicas que, si bien presentan solidez teórica, carecen de evidencia sistemática sobre su efectividad en contextos reales de enseñanza.

En este caso, el modelo no surge únicamente de la revisión conceptual del Método Polya y sus desarrollos posteriores, sino que se construye, ajusta y valida a partir de los resultados obtenidos en un **diseño cuasiexperimental**, lo que permite establecer una

relación consistente entre fundamentos teóricos, intervención pedagógica y resultados de aprendizaje.

Esta articulación puede analizarse en tres niveles:

(1) correspondencia con la teoría,

(2) coherencia con la intervención didáctica, y

(3) validación empírica a partir de los resultados descriptivos e inferenciales.

a) Correspondencia entre el modelo y los fundamentos teóricos

El primer nivel de análisis evidencia que los resultados obtenidos en la investigación son **consistentes con los postulados teóricos** que sustentan el modelo.

Desde el enfoque heurístico, los planteamientos de Polya sostienen que la enseñanza de la resolución de problemas debe centrarse en el desarrollo de estrategias cognitivas más que en la aplicación mecánica de procedimientos. En este sentido, los resultados muestran que los estudiantes del grupo experimental lograron:

- Mejorar significativamente su capacidad de **comprensión del problema**, evidenciado en la reducción del nivel bajo de 86,7% a 20%.
- Desarrollar **estrategias de planificación**, reflejadas en el incremento de estudiantes en niveles medio y alto.
- Incrementar su desempeño en la **ejecución**, con un aumento notable en las medias del postest.

Estos resultados confirman que la enseñanza explícita de las fases del método favorece el desarrollo del pensamiento estratégico, tal como lo plantea la teoría.

Asimismo, desde la perspectiva metacognitiva de Schoenfeld, se sostiene que la resolución de problemas implica no solo conocimiento, sino también control del propio proceso cognitivo. En este punto, el modelo permite explicar un hallazgo clave:

- La **fase de revisión presenta menor desarrollo relativo**, lo que evidencia que las habilidades metacognitivas requieren una intervención más intensiva y sistemática.

Este resultado no contradice la teoría, sino que la refuerza, al evidenciar que la metacognición constituye un nivel superior de complejidad en el aprendizaje.

b) Coherencia entre la intervención pedagógica y los resultados obtenidos

El segundo nivel de análisis se refiere a la relación directa entre la **implementación del modelo didáctico y los cambios observados en el desempeño de los estudiantes**.

La intervención pedagógica se caracterizó por:

- La organización del aprendizaje en torno a **problemas contextualizados**
- La enseñanza explícita de las **fases del Método Polya**
- El uso sistemático de **estrategias heurísticas**
- La mediación docente basada en **preguntas orientadoras y andamiaje**

Los efectos de esta intervención se reflejan de manera consistente en los resultados:

- En el análisis de frecuencias (Tablas 3, 5, 7 y 9), se observa una **reducción sostenida del nivel bajo** en todas las dimensiones evaluadas.
- En el análisis de medias (Tablas 4, 6, 8 y 10), el grupo experimental presenta **incrementos significativamente mayores** que el grupo control en el postest.

Por ejemplo:

- En la competencia global, la media del grupo experimental pasó de **20,80 a 49,93**, mientras que el grupo control alcanzó solo **31,33**.
- En problemas de forma, la media aumentó de **10,13 a 19,27**, evidenciando mejoras en la representación y comprensión geométrica.

- En problemas de dimensión, el incremento de **6,67 a 17,40** refleja una mejor integración entre razonamiento espacial y cálculo.

- En problemas de posición relativa, el aumento de **4,0 a 13,27** evidencia avances en habilidades de visualización espacial, aunque con mayor complejidad relativa.

Estos resultados no son aislados, sino que muestran un **patrón consistente de mejora**, lo que refuerza la relación causal entre la intervención y el aprendizaje.

c) Validación estadística del modelo

El tercer nivel de análisis corresponde a la **validación inferencial**, que permite determinar si las diferencias observadas son estadísticamente significativas o producto del azar.

El proceso seguido en la investigación garantiza el rigor metodológico del modelo:

• Prueba de normalidad (Shapiro-Wilk) Los resultados obtenidos (p = 0,099; 0,102; 0,066) indican que los datos siguen una distribución normal (p > 0,05), lo que permite el uso de pruebas paramétricas.

• Prueba de homogeneidad de varianzas (Levene) El valor de significancia (p = 0,517) confirma que las varianzas son iguales, lo que asegura la comparabilidad entre grupos.

Estos dos resultados son fundamentales, ya que validan las condiciones necesarias para aplicar la prueba t de Student.

• Prueba de hipótesis general (t de Student) En el pretest, no se encontraron diferencias significativas (p = 0,175), lo que confirma la equivalencia inicial de los grupos.

En el postest, el nivel de significancia fue **p < 0,001**, lo que implica:

- Rechazo de la hipótesis nula

- Aceptación de la hipótesis alternativa

- Existencia de diferencias significativas entre grupos

Esto permite afirmar, con un **95% de confianza**, que el Método Polya influye en el desarrollo de la competencia.

d) Validación de las hipótesis específicas

El modelo también demuestra su consistencia al analizar las dimensiones específicas de la competencia:

- **Problemas de forma**: p = 0,003
- **Problemas de dimensión**: p = 0,005
- **Problemas de posición relativa**: p = 0,037

En todos los casos, los valores son menores a 0,05, lo que confirma la existencia de diferencias significativas.

Este resultado es especialmente relevante, ya que demuestra que el modelo no solo impacta la competencia general, sino también sus **componentes estructurales**, lo que refuerza su validez interna.

d) Validación de las hipótesis específicas

El modelo también demuestra su consistencia al analizar las dimensiones específicas de la competencia:

- **Problemas de forma**: p = 0,003
- **Problemas de dimensión**: p = 0,005
- **Problemas de posición relativa**: p = 0,037

En todos los casos, los valores son menores a 0,05, lo que confirma la existencia de diferencias significativas.

Este resultado es especialmente relevante, ya que demuestra que el modelo no solo impacta la competencia general, sino también sus **componentes estructurales**, lo que refuerza su validez interna.

e) Coherencia entre resultados descriptivos e inferenciales

Un aspecto clave en la solidez del modelo es la **convergencia entre el análisis descriptivo y el inferencial**.

- El análisis descriptivo muestra tendencias claras de mejora (reducción del nivel bajo, incremento de medias).
- El análisis inferencial confirma que estas diferencias son **estadísticamente significativas**.

Esta coherencia fortalece la interpretación de los resultados, evitando conclusiones basadas únicamente en observaciones superficiales.

10.4. REPRESENTACIÓN OPERATIVA DEL MODELO

La representación operativa del modelo didáctico constituye el nivel de concreción en el que los fundamentos teóricos, pedagógicos y empíricos previamente desarrollados se traducen en una arquitectura funcional aplicable en contextos reales de enseñanza. En este sentido, el modelo no debe entenderse como una simple secuencia de pasos, sino como un **sistema dinámico de intervención pedagógica**, caracterizado por la interacción continua entre componentes cognitivos, metacognitivos, didácticos y contextuales.

Desde una perspectiva sistémica, el modelo se estructura en torno a cuatro grandes dimensiones: **entrada, proceso, mediación y salida**, articuladas mediante una lógica **cíclica, recursiva y adaptativa**, lo que permite representar de manera más fiel la naturaleza real del aprendizaje en contextos complejos como la geometría descriptiva.

10.4.1. Dimensión de entrada: activación cognitiva y problematización

La entrada del modelo no se limita a la presentación de un contenido, sino que se configura como un **dispositivo de activación cognitiva** orientado a generar condiciones para el aprendizaje significativo.

• Problema contextualizado como detonante del aprendizaje

El proceso se inicia con la introducción de un problema auténtico, diseñado bajo criterios de relevancia disciplinar, complejidad progresiva y potencial heurístico. A diferencia de los ejercicios rutinarios, estos problemas incorporan incertidumbre, ambigüedad y múltiples rutas de solución, lo que obliga al estudiante a movilizar procesos cognitivos de alto nivel.

En el contexto de la ingeniería, esto implica plantear situaciones vinculadas a la representación espacial, interpretación de planos o resolución de configuraciones geométricas reales, lo cual fortalece la conexión entre teoría y práctica profesional.

Desde el punto de vista epistemológico, el problema cumple una doble función:

- **Función generadora**, al activar la necesidad de conocer
- **Función estructuradora**, al organizar el proceso de aprendizaje

• Activación de conocimientos previos

El modelo reconoce que todo aprendizaje se construye sobre estructuras cognitivas preexistentes. Por ello, incorpora mecanismos explícitos de activación de saberes previos, tales como preguntas generadoras, analogías o recuperación de experiencias anteriores.

Este proceso no solo facilita la comprensión inicial, sino que permite identificar posibles concepciones erróneas que podrían obstaculizar el aprendizaje, lo que resulta clave en una disciplina altamente abstracta como la geometría descriptiva.

10.4.2. Dimensión de proceso: arquitectura cognitiva de la resolución de problemas

El núcleo del modelo está constituido por las fases del Método Polya, reinterpretadas como una **arquitectura cognitiva flexible**, no lineal y recursiva.

• Comprensión → reconstrucción conceptual del problema

En esta fase, el estudiante no solo identifica datos, sino que **reconstruye el problema en términos cognitivos**, generando representaciones internas que le permiten operar sobre él.

En geometría descriptiva, esto implica traducir información gráfica en estructuras espaciales, lo que requiere habilidades avanzadas de visualización, rotación mental y abstracción. Esta fase constituye, por tanto, el fundamento sobre el cual se construyen las decisiones posteriores.

• Planificación → diseño estratégico de la solución

La planificación representa el momento de mayor densidad cognitiva del proceso. Aquí, el estudiante selecciona estrategias, establece relaciones entre elementos del problema y anticipa posibles resultados.

Desde una perspectiva heurística, esta fase implica operar en condiciones de incertidumbre, lo que favorece el desarrollo de pensamiento estratégico. La capacidad de diseñar un plan coherente se configura como un indicador clave de aprendizaje profundo.

• Ejecución → operacionalización del pensamiento

La ejecución materializa el pensamiento en acciones concretas: construcciones gráficas, procedimientos o cálculos. Sin embargo, lejos de ser una fase mecánica, constituye un proceso de **validación continua del plan**, en el que el estudiante ajusta sus acciones en función de los resultados obtenidos.

La calidad de esta fase depende directamente de la solidez de la comprensión y la planificación, lo que evidencia la interdependencia estructural de las fases del modelo.

• Revisión → regulación metacognitiva del aprendizaje

La revisión representa el componente metacognitivo del modelo y constituye uno de sus aportes más relevantes. En esta fase, el estudiante evalúa la validez de su solución, identifica errores y reflexiona sobre la eficacia de sus estrategias.

Este proceso permite:

- Consolidar el aprendizaje
- Favorecer la transferencia a nuevos contextos
- Desarrollar autonomía cognitiva

No obstante, como evidenció la investigación, esta fase suele presentar el menor nivel de desarrollo, lo que refuerza la necesidad de fortalecerla mediante intervenciones didácticas intencionales.

10.4.3. Dimensión de mediación: regulación pedagógica del proceso

La mediación constituye el elemento que articula el modelo, permitiendo que el proceso de aprendizaje se desarrolle de manera guiada, progresiva y significativa.

• Preguntas orientadoras como herramienta cognitiva

El docente interviene principalmente a través de preguntas que orientan el pensamiento del estudiante. Estas preguntas no buscan proporcionar respuestas, sino estimular procesos de análisis, inferencia y toma de decisiones.

Su función es transformar la interacción pedagógica en un espacio de construcción activa del conocimiento.

• Andamiaje progresivo y diferenciación pedagógica

El modelo incorpora un sistema de apoyos ajustados al nivel de desarrollo del estudiante. Este andamiaje se reduce progresivamente a medida que el estudiante adquiere autonomía, permitiendo la internalización de estrategias heurísticas.

Este componente resulta clave para evitar tanto la sobreintervención docente como el abandono pedagógico.

• Retroalimentación continua y formativa

La retroalimentación se integra a lo largo de todo el proceso, orientando, corrigiendo y fortaleciendo el aprendizaje. Su carácter formativo permite mejorar el desempeño en tiempo real, evitando que los errores se consoliden.

Desde esta perspectiva, la evaluación deja de ser un evento final para convertirse en un proceso permanente de mejora.

10.4.4. Dimensión de salida: resultados del aprendizaje y transferencia

La salida del modelo no se limita a la obtención de una respuesta correcta, sino que se expresa en el desarrollo de competencias complejas.

• Desarrollo de la competencia de resolución de problemas

El principal resultado del modelo es la consolidación de la competencia entendida como la capacidad de integrar conocimientos, habilidades y actitudes para enfrentar situaciones nuevas y complejas.

Los resultados empíricos del estudio evidencian mejoras significativas tanto en el desempeño cuantitativo (medias, porcentajes) como en la calidad del proceso cognitivo.

• Transferencia del aprendizaje

Uno de los indicadores más relevantes de la efectividad del modelo es la capacidad del estudiante para aplicar lo aprendido en contextos distintos. Esta transferencia refleja un aprendizaje profundo, que trasciende la memorización de procedimientos.

• Mejora del desempeño académico

La implementación del modelo se traduce en mejoras sustanciales en los resultados, como lo evidencian:

- La reducción del nivel bajo
- El incremento de niveles medio y alto
- Las diferencias significativas en el análisis inferencial

10.4.5. Lógica sistémica y recursiva del modelo

Uno de los aspectos más innovadores del modelo radica en su carácter **no lineal**. A diferencia de enfoques tradicionales, las fases no se desarrollan de manera secuencial rígida, sino que interactúan constantemente.

Esto implica que el estudiante puede:

- Volver a la fase de comprensión si detecta errores
- Reformular su planificación durante la ejecución
- Reinterpretar el problema tras la revisión

Esta lógica recursiva refleja la naturaleza auténtica de la resolución de problemas y favorece la construcción de aprendizajes más sólidos y duraderos.

10.5. CONDICIONES DE IMPLEMENTACIÓN Y ESCALABILIDAD

La efectividad del modelo didáctico basado en el Método Polya no depende exclusivamente de su solidez teórica o de la evidencia empírica que lo respalda, sino de las **condiciones concretas en las que se implementa**. En este sentido, su aplicación en contextos reales de educación superior exige considerar un conjunto de factores interdependientes que operan a nivel **docente, curricular, institucional y cultural**.

Asimismo, si el modelo aspira a trascender la experiencia puntual de la investigación y proyectarse como una propuesta transferible, resulta imprescindible analizar su **escalabilidad**, es decir, su capacidad de ser replicado, adaptado y sostenido en distintos contextos educativos sin perder su esencia pedagógica.

10.5.1. Condiciones pedagógicas para la implementación

• Formación docente especializada y cambio de rol pedagógico

Uno de los factores más críticos para la implementación del modelo es la preparación del docente. No basta con conocer las fases del Método Polya; se requiere una **comprensión profunda de su naturaleza heurística, estratégica y metacognitiva**.

Esto implica una transformación sustantiva del rol docente:

- De transmisor de contenidos → a mediador del aprendizaje
- De evaluador de resultados → a facilitador de procesos
- De expositor → a diseñador de experiencias problematizadoras

Además, el docente debe desarrollar competencias específicas como:

- Diseño de problemas auténticos
- Uso de preguntas heurísticas
- Gestión del error como recurso didáctico
- Retroalimentación formativa

Sin este cambio de enfoque, el modelo corre el riesgo de ser reducido a una aplicación superficial o mecánica.

• Diseño intencional y progresivo de problemas

El problema constituye el eje estructurador del modelo, por lo que su diseño no puede ser improvisado. Se requiere una **ingeniería didáctica del problema**, que considere:

- Nivel de complejidad adecuado
- Coherencia con los objetivos de aprendizaje
- Potencial para activar estrategias heurísticas
- Vinculación con contextos reales de la disciplina

Asimismo, los problemas deben organizarse bajo una lógica de **progresión cognitiva**, transitando desde situaciones más guiadas hacia escenarios abiertos y complejos.

Un diseño deficiente puede limitar el desarrollo del pensamiento, mientras que un diseño riguroso potencia significativamente el impacto del modelo.

• Gestión del tiempo pedagógico

Uno de los principales desafíos en la implementación del modelo es el tiempo. A diferencia de enfoques tradicionales centrados en la cobertura de contenidos, el Método Polya requiere **tiempo para pensar, explorar, equivocarse y reflexionar**.

Esto implica:

- Reducir la sobrecarga de contenidos
- Priorizar profundidad sobre cantidad
- Asignar tiempo explícito a la fase de revisión

La presión por "avanzar el temario" constituye una de las principales barreras para la implementación efectiva del modelo, ya que afecta directamente la calidad del aprendizaje.

• Cultura de aula centrada en el aprendizaje activo

El modelo exige un cambio en la dinámica del aula. El estudiante deja de ser un receptor pasivo para convertirse en un **agente activo en la construcción del conocimiento**.

Esto requiere generar condiciones como:

- Espacios de participación y discusión
- Valoración del error como oportunidad de aprendizaje
- Trabajo colaborativo
- Clima de confianza cognitiva

Sin este cambio cultural, el estudiante puede resistirse a asumir un rol más activo, limitando el alcance del modelo.

10.5.2. Condiciones curriculares e institucionales

• Integración curricular del modelo

Para que el modelo tenga un impacto sostenido, no debe implementarse como una estrategia aislada, sino como parte de una **planificación curricular coherente**.

Esto implica:

- Incorporar el enfoque en sílabos y programas
- Alinear objetivos, actividades y evaluación
- Articularlo con otras asignaturas

La implementación fragmentada reduce significativamente su efectividad y dificulta la transferencia del aprendizaje.

• Coherencia evaluativa

Uno de los errores más frecuentes en innovaciones pedagógicas es mantener sistemas de evaluación tradicionales. Si se enseña con enfoque heurístico pero se evalúa de manera memorística, se genera una **disonancia pedagógica**.

Por ello, la evaluación debe:

- Valorar el proceso, no solo el resultado
- Incorporar rúbricas analíticas
- Incluir autoevaluación y coevaluación
- Considerar la argumentación y la estrategia

La coherencia entre enseñanza y evaluación es fundamental para consolidar el modelo.

• Apoyo institucional y gestión académica

La sostenibilidad del modelo depende en gran medida del respaldo institucional. Esto incluye:

- Programas de capacitación docente
- Flexibilidad curricular
- Espacios de innovación pedagógica
- Reconocimiento a buenas prácticas

Sin este soporte, la implementación queda limitada al esfuerzo individual del docente, lo que dificulta su continuidad.

10.5.3. Escalabilidad del modelo didáctico

La escalabilidad se refiere a la capacidad del modelo de ser **replicado en diferentes contextos manteniendo su efectividad**. Para ello, es necesario identificar sus componentes transferibles y adaptables.

• Componentes transferibles

El modelo presenta elementos que pueden aplicarse en diversos contextos:

- Estructura basada en resolución de problemas
- Fases del Método Polya
- Uso de estrategias heurísticas
- Enfoque metacognitivo

Estos componentes no son exclusivos de la geometría descriptiva, lo que permite su adaptación a otras áreas de la ingeniería e incluso a otras disciplinas.

• Adaptabilidad a distintos contextos

Si bien el modelo tiene una base común, su implementación debe ajustarse a:

- Nivel educativo (pregrado, posgrado)
- Tipo de asignatura
- Perfil de estudiantes
- Recursos disponibles

Esta flexibilidad es clave para evitar una aplicación rígida que desvirtúe su esencia.

• Sostenibilidad en el tiempo

Un modelo escalable no solo debe ser replicable, sino también sostenible. Para ello, se requiere:

- Continuidad en la formación docente
- Evaluación periódica de resultados
- Ajustes basados en evidencia
- Integración en la cultura institucional

La sostenibilidad garantiza que el modelo no se limite a una experiencia temporal, sino que se consolide como una práctica pedagógica estable.

10.5.4. Barreras y desafíos para la implementación

A pesar de sus ventajas, la implementación del modelo enfrenta diversas dificultades:

• Resistencia al cambio

Tanto docentes como estudiantes pueden mostrar resistencia a modificar prácticas tradicionales. Este factor cultural es uno de los principales obstáculos en procesos de innovación educativa.

• Limitaciones de tiempo y carga académica

La estructura de los programas suele priorizar la cobertura de contenidos, lo que dificulta la implementación de metodologías más profundas.

• Formación insuficiente

La falta de capacitación específica en estrategias heurísticas y metacognitivas limita la calidad de la implementación.

• Evaluación tradicional

Sistemas de evaluación centrados en resultados finales desincentivan el uso de metodologías basadas en procesos.

10.5.5. Síntesis estratégica

En conjunto, la implementación del modelo requiere una **alineación sistémica** entre:

- Docente (competencias pedagógicas)
- Currículo (coherencia estructural)
- Institución (soporte organizacional)
- Aula (cultura de aprendizaje activo)

Solo cuando estos elementos convergen, el modelo puede desplegar todo su potencial transformador.

10.6. ALCANCES, LIMITACIONES Y PROYECCIÓN DEL MODELO

- **Alcances**

  El modelo ha demostrado ser altamente efectivo en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas en geometría descriptiva, tal como lo evidencian los resultados empíricos obtenidos.

  Su principal fortaleza radica en la integración de dimensiones cognitivas,

estratégicas y metacognitivas, lo que permite un aprendizaje más profundo y significativo.

- **Limitaciones**

  A pesar de sus fortalezas, se identifican limitaciones importantes. La más relevante es el desarrollo insuficiente de la fase de revisión, lo que evidencia dificultades en la consolidación de habilidades metacognitivas. Asimismo, la implementación del modelo puede verse limitada por factores institucionales, como la carga académica o la falta de formación docente.

- **Proyección**

  El modelo presenta amplias posibilidades de desarrollo futuro:

  - **Integración de tecnologías digitales**
    El uso de herramientas como software de modelado o entornos virtuales puede potenciar la visualización y la interacción con problemas complejos.

  - **Aplicación en otras áreas de ingeniería**
    Su estructura flexible permite adaptarlo a disciplinas como mecánica, estructuras o sistemas.

  - **Estudios longitudinales**
    Se requiere investigar su impacto a largo plazo, especialmente en el desarrollo de competencias profesionales.

10.7. VALOR DEL MODELO COMO APORTE CIENTÍFICO Y PEDAGÓGICO

El modelo propuesto constituye el principal aporte de esta obra, destacándose por su relevancia en múltiples niveles:

- **Nivel teórico**

  Integra de manera coherente los aportes de la heurística (Polya), el constructivismo (Piaget, Vygotsky) y la metacognición (Flavell), configurando un marco conceptual sólido para la enseñanza basada en problemas.

- **Nivel metodológico**
  Ofrece una estructura didáctica clara, replicable y validada empíricamente, lo que facilita su implementación en distintos contextos educativos.

- **Nivel práctico**
  Proporciona herramientas concretas para el aula, permitiendo al docente transformar su práctica pedagógica y mejorar los resultados de aprendizaje.

En conjunto, este modelo trasciende el ámbito específico de la geometría descriptiva y se proyecta como una propuesta transferible a diversas áreas del conocimiento, consolidándose como un referente para la innovación pedagógica en educación superior.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos a lo largo de la investigación permiten establecer, con sustento empírico y teórico, que la implementación del Método Polya constituye una estrategia didáctica altamente eficaz para el desarrollo de la competencia de resolución de problemas en geometría descriptiva en estudiantes de ingeniería.

En primer lugar, el análisis descriptivo evidenció una mejora sustancial en el desempeño del grupo experimental en comparación con el grupo control. Esta mejora no solo se manifestó en términos de incremento en los niveles de logro (reducción significativa del nivel bajo y aumento de los niveles medio y alto), sino también en el fortalecimiento progresivo de cada una de las fases del método: comprensión, planificación, ejecución y, en menor medida, revisión. Estos hallazgos confirman que la enseñanza estructurada de estrategias heurísticas permite transformar la manera en que los estudiantes enfrentan situaciones problemáticas.

En segundo lugar, el análisis inferencial permitió validar estadísticamente estos resultados. La comprobación de los supuestos de normalidad y homogeneidad de varianzas habilitó el uso de pruebas paramétricas, cuyos resultados evidenciaron diferencias significativas entre los grupos tras la intervención ($p < 0,05$). En particular, la hipótesis general fue confirmada, demostrando que el Método Polya influye significativamente en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas. Asimismo, las hipótesis específicas corroboraron su impacto en dimensiones clave como la descripción de formas, el análisis de dimensiones y la interpretación de posiciones relativas.

Un aspecto relevante de los hallazgos es que la mejora observada no se limita a la adquisición de procedimientos, sino que implica un cambio cualitativo en el pensamiento del estudiante. Se evidencia una transición desde un enfoque mecánico, centrado en la aplicación de fórmulas, hacia un enfoque estratégico, caracterizado por la planificación, la toma de decisiones y la reflexión sobre el proceso. Este cambio es particularmente

significativo en el contexto de la formación en ingeniería, donde la resolución de problemas constituye una competencia central.

No obstante, los resultados también ponen en evidencia una limitación importante: el desarrollo aún incipiente de la fase de revisión. A pesar de los avances logrados en comprensión, planificación y ejecución, la capacidad de evaluar críticamente las soluciones y reflexionar sobre el propio proceso de aprendizaje continúa siendo un desafío. Este hallazgo revela la necesidad de fortalecer la dimensión metacognitiva en la enseñanza, incorporando estrategias específicas que promuevan la autorregulación.

En síntesis, los hallazgos permiten afirmar que la intervención basada en el Método Polya no solo mejora el rendimiento académico, sino que incide de manera profunda en la calidad del aprendizaje, promoviendo el desarrollo de habilidades cognitivas superiores y favoreciendo un aprendizaje más significativo y transferible.

Aporte del libro a la docencia universitaria

El presente libro realiza un aporte sustantivo al campo de la didáctica universitaria, particularmente en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas aplicadas a la ingeniería, al proponer un modelo pedagógico integral basado en la resolución de problemas.

En el plano teórico, la obra logra articular de manera coherente diversos enfoques que tradicionalmente han sido abordados de forma fragmentada. La integración de la heurística de Polya, el constructivismo y la metacognición configura un marco conceptual sólido que permite comprender la complejidad del proceso de aprendizaje en contextos de alta exigencia cognitiva. Esta articulación no solo enriquece la comprensión teórica, sino que también proporciona una base fundamentada para la innovación pedagógica.

En el plano metodológico, el libro ofrece una propuesta estructurada, sistemática y replicable, sustentada en evidencia empírica. A diferencia de enfoques meramente prescriptivos, el modelo presentado ha sido validado en un contexto real de enseñanza, lo que le otorga un alto grado de pertinencia y aplicabilidad. La descripción detallada de la intervención, los instrumentos de evaluación y los criterios de análisis constituye una guía práctica para docentes interesados en implementar estrategias similares.

En el plano didáctico, el principal aporte radica en la resignificación del proceso de enseñanza-aprendizaje. El libro propone un cambio de paradigma que desplaza el foco desde la transmisión de contenidos hacia el desarrollo de competencias, promoviendo un aprendizaje activo, reflexivo y centrado en el estudiante. En este sentido, el docente asume un rol de mediador, facilitador y orientador del pensamiento, lo que implica una transformación profunda de la práctica pedagógica.

Asimismo, la obra contribuye a visibilizar la importancia de la enseñanza explícita de estrategias de resolución de problemas, un aspecto frecuentemente subestimado en la educación superior. Al sistematizar el uso del Método Polya y demostrar su efectividad, el libro ofrece una alternativa concreta frente a las limitaciones de los enfoques tradicionales.

Finalmente, el aporte del libro trasciende el ámbito específico de la geometría descriptiva, ya que el modelo propuesto posee un carácter transferible a otras áreas del conocimiento. Su aplicabilidad en distintas disciplinas de la ingeniería, e incluso en otros campos, lo posiciona como una herramienta versátil para la mejora de la calidad educativa en la educación superior.

Síntesis de hallazgos

Los resultados obtenidos a lo largo de la investigación permiten establecer, con sustento empírico y teórico, que la implementación del Método Polya constituye una estrategia didáctica altamente eficaz para el desarrollo de la competencia de resolución de problemas en geometría descriptiva en estudiantes de ingeniería.

En primer lugar, el análisis descriptivo evidenció una mejora sustancial en el desempeño del grupo experimental en comparación con el grupo control. Esta mejora no solo se manifestó en términos de incremento en los niveles de logro (reducción significativa del nivel bajo y aumento de los niveles medio y alto), sino también en el fortalecimiento progresivo de cada una de las fases del método: comprensión, planificación, ejecución y, en menor medida, revisión. Estos hallazgos confirman que la enseñanza estructurada de estrategias heurísticas permite transformar la manera en que los estudiantes enfrentan situaciones problemáticas.

En segundo lugar, el análisis inferencial permitió validar estadísticamente estos resultados. La comprobación de los supuestos de normalidad y homogeneidad de varianzas habilitó el uso de pruebas paramétricas, cuyos resultados evidenciaron diferencias significativas entre los grupos tras la intervención ($p < 0,05$). En particular, la hipótesis general fue confirmada, demostrando que el Método Polya influye significativamente en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas. Asimismo, las hipótesis específicas corroboraron su impacto en dimensiones clave como la descripción de formas, el análisis de dimensiones y la interpretación de posiciones relativas.

Un aspecto relevante de los hallazgos es que la mejora observada no se limita a la adquisición de procedimientos, sino que implica un cambio cualitativo en el pensamiento del estudiante. Se evidencia una transición desde un enfoque mecánico, centrado en la aplicación de fórmulas, hacia un enfoque estratégico, caracterizado por la planificación, la toma de decisiones y la reflexión sobre el proceso. Este cambio es particularmente significativo en el contexto de la formación en ingeniería, donde la resolución de problemas constituye una competencia central.

No obstante, los resultados también ponen en evidencia una limitación importante: el desarrollo aún incipiente de la fase de revisión. A pesar de los avances logrados en comprensión, planificación y ejecución, la capacidad de evaluar críticamente las soluciones y reflexionar sobre el propio proceso de aprendizaje continúa siendo un desafío. Este hallazgo revela la necesidad de fortalecer la dimensión metacognitiva en la enseñanza, incorporando estrategias específicas que promuevan la autorregulación.

En síntesis, los hallazgos permiten afirmar que la intervención basada en el Método Polya no solo mejora el rendimiento académico, sino que incide de manera profunda en la calidad del aprendizaje, promoviendo el desarrollo de habilidades cognitivas superiores y favoreciendo un aprendizaje más significativo y transferible.

Aporte del libro a la docencia universitaria

El presente libro realiza un aporte sustantivo al campo de la didáctica universitaria, particularmente en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas aplicadas

a la ingeniería, al proponer un modelo pedagógico integral basado en la resolución de problemas.

En el plano teórico, la obra logra articular de manera coherente diversos enfoques que tradicionalmente han sido abordados de forma fragmentada. La integración de la heurística de Polya, el constructivismo y la metacognición configura un marco conceptual sólido que permite comprender la complejidad del proceso de aprendizaje en contextos de alta exigencia cognitiva. Esta articulación no solo enriquece la comprensión teórica, sino que también proporciona una base fundamentada para la innovación pedagógica.

En el plano metodológico, el libro ofrece una propuesta estructurada, sistemática y replicable, sustentada en evidencia empírica. A diferencia de enfoques meramente prescriptivos, el modelo presentado ha sido validado en un contexto real de enseñanza, lo que le otorga un alto grado de pertinencia y aplicabilidad. La descripción detallada de la intervención, los instrumentos de evaluación y los criterios de análisis constituye una guía práctica para docentes interesados en implementar estrategias similares.

En el plano didáctico, el principal aporte radica en la resignificación del proceso de enseñanza-aprendizaje. El libro propone un cambio de paradigma que desplaza el foco desde la transmisión de contenidos hacia el desarrollo de competencias, promoviendo un aprendizaje activo, reflexivo y centrado en el estudiante. En este sentido, el docente asume un rol de mediador, facilitador y orientador del pensamiento, lo que implica una transformación profunda de la práctica pedagógica.

Asimismo, la obra contribuye a visibilizar la importancia de la enseñanza explícita de estrategias de resolución de problemas, un aspecto frecuentemente subestimado en la educación superior. Al sistematizar el uso del Método Polya y demostrar su efectividad, el libro ofrece una alternativa concreta frente a las limitaciones de los enfoques tradicionales.

Finalmente, el aporte del libro trasciende el ámbito específico de la geometría descriptiva, ya que el modelo propuesto posee un carácter transferible a otras áreas del conocimiento. Su aplicabilidad en distintas disciplinas de la ingeniería, e incluso en otros campos, lo posiciona como una herramienta versátil para la mejora de la calidad educativa en la educación superior.

REFERENCIAS

Alegría Veloz, R. (2021). El método explicativo como estrategia de aprendizaje para la resolución de actividades matemáticas a nivel universitario. *Areté.Revista Digital Del Doctorado En Educación de La Universidad Central de Venezuela.*, *7*(14), 123–144.

Ariza, C. (2017). *El Método de George Polya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia matemática resolución de problemas con números fraccionarios en los estudiantes de cuarto grado de la institución educativa Anna Vitiello del municipio de Los Patios* [Maestría, Universidad Autónoma de Bucaramanga Facultad de Ciencias Sociales Humanidades y Artes]. https://repository.unab.edu.co/bitstream/handle/20.500.12749/2236/2017_Tesis_Ariza_Ni%C3%B1o_Carlos_Roque.pdf?sequence=1

Arteaga-Martínez, B., Macías, J., y Pizarro, N. (2020). La representación en la resolución de problemas matemáticos: Un análisis de estrategias metacognitivas de estudiantes de secundaria. *Uniciencia*, *34*(1), 263–280. https://doi.org/10.15359/ru.34-1.15

Ayala Allpaja, M. D. P. (2021). Método polya en la resolución de problemas y su influencia en el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de una Universidad Pública de Lima, 2021. *Repositorio Institucional - UCV*. https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/69459

Azizah, U., y Nasrudin, H. (2022). Problem Solving Thinking Skills: Effectiveness of Problem-Solving Model in Teaching Chemistry College Students. *Jurnal Penelitian Pendidikan IPA*, *8*(3), 1462–1469. https://doi.org/10.29303/jppipa.v8i3.1700

Barrón, A. (1993). Aprendizaje por descubrimiento: Principios y aplicaciones inadecuadas. *Enseñanza de Las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 3–11.

Benito Roldán, E. (2016). *La geometría como lenguaje de las Formas: Hermann von Baravalle en la hfg de Ulm* [Phd, E.T.S. Arquitectura (UPM)]. https://oa.upm.es/43027/

Bernal, C. (2016). *Metodologia De La Investigación Bernal 4ta. Edicion*.

Blum, W., Drüke-Noe, C., Hartung, R., Köller, O., y SINEACE. Sistema Nacional de Evaluación, Acreditación y Certificación de la Calidad Educativa. (2015). Estándares de aprendizaje de la matemática: Articulación primaria-secundaria, orientaciones para las sesiones de aprendizaje, ideas para la capacitación docente, ejemplos de tareas. *MINISTERIO DE EDUCACIÓN*. https://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/5325

Boscán Mieles, M. M., y Klever Montero, K. L. (2012). Metodología basada en el método heurístico de polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. *Escenarios*, *10*(2), 7–19.

Bruning, R. H., Schraw, G. J., y Norby, M. M. (2012). *Psicologia cognitiva y de la instrucción*. Pearson Educación.

Calderón Salcedo, J. L. (2019). Representación de la recta en el Sistema de Monge con el apoyo de GeoGebra: Una experiencia didáctica. *Revista Do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657*, *8*(2), 102–118. https://doi.org/10.23925/2237-9657.2019.v8i2p102-118

Casimiro Ramos, M. del R. (2017). *MÉTODO DE PÓLYA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ECUACIONES* [UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVA]. http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesiseortiz/2018/05/86/Casimiro-Maria.pdf

Castro Martínez, E. (2008). *Resolución de problemas: Ideas, tendencias e influencias en España*. https://redined.educacion.gob.es/xmlui/handle/11162/48080

Chávez Arias, L. E. (2018). Estrategias de aprendizaje y rendimiento académico en la asignatura Análisis Matemático II. *Educación*, *27*(53), 24–40. https://doi.org/10.18800/educacion.201802.002

Concytec. (2018). *Manual de Operaciones del Programa Nacional de Investigación Científica y Estudios Avanzados*.

Duche, A. B. D., Paredes, F. M., Gutierrez, O. A., y Carcausto, L. C. (2020). Transición secundaria-universidad y la adaptación a la vida universitaria. *Revista de Ciencias Sociales (Ve), XXVI*(3), 244–258.

Duran Medina, A. M., Rhenals Orozco, L., y Cedrón Licona, R. M. (2022). *Método Pólya en la resolución de problemas fraccionarios mediante un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) en estudiantes de quinto grado (5-1) de básica primaria de la Institución Educativa Felipe Santiago Escobar de Turbaco Bolívar.* [Trabajo de grado - Maestría, Universidad de Cartagena]. https://doi.org/10.57799/11227/11716

Estatuto-UNMSM_.pdf. (2016). Retrieved February 29, 2024, from https://viceacademico.unmsm.edu.pe/wp-content/uploads/2022/02/Estatuto-UNMSM_.pdf

Esteban, M. (2002). El Diseño de Entornos de Aprendizaje Constructivista. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, *6*, Article 6. https://revistas.um.es/red/article/view/25321

Fernández, M. S., Carrasco, M. E. E., y Sánchez, S. del C. H. (2019). Método de Pólya aplicado al lenguaje algebraico en primer año de licenciatura. *RIDE Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, *9*(18), Article 18. https://doi.org/10.23913/ride.v9i18.434

García-Pérez, L., García-Garnica, M., y Olmedo-Moreno, E. M. (2021). Skills for a Working Future: How to Bring about Professional Success from the Educational Setting. *Education Sciences*, *11*(1), 27. https://doi.org/10.3390/educsci11010027

Geisler, S., Rach, S., y Rolka, K. (2023). The relation between attitudes towards mathematics and dropout from university mathematics—The mediating role of satisfaction and achievement. *Educational Studies in Mathematics*, *112*(2), 359–381. https://doi.org/10.1007/s10649-022-10198-6

Gordon, V. O., y Oguiyevski, M. A. S. (1973). *Curso de geometría descriptiva*. Mir.

Gutiérrez Alarcón, J. (2020). El Método heurístico para mejorar el Aprendizaje en matemática financiera en estudiantes universitarios del tercer ciclo, Chepén 2019. *Repositorio Institucional - UCV*. https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/44926

Gutierrez, J. (2020). *El Método heurístico para mejorar el Aprendizaje en matemática financiera en estudiantes universitarios del tercer ciclo, Chepén 2019*. Universidad Cesar Vallejo.

Guzmán, M. de. (2003). *Cómo hablar, demostrar y resolver en Matemáticas.* Anaya Educación.

Hamid, J., Omar, S y Mohd, Z. (2022). Improving College Students' Learning Performance in Computer Programming: The Case of Using the Polya Model. *Central Asia*, *23*(1). https://doi.org/10.37178/ca-c.21.5.081

Hanny Nurhikma Prapti, Susanto, E., y Hari Sumardi. (2023). Students' Mathematical Problem-Solving Ability in Bengkulu Tabot Context Based on Polya Steps. *International Journal of Contemporary Studies in Education (IJ-CSE)*, *2*(1). https://doi.org/10.56855/ijcse.v2i1.222

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación* (6ta ed.). McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A. DE C.V.

In'am, A. (2014). The Implementation of the Polya Method in Solving Euclidean Geometry Problems. *International Education Studies*, *7*(7). https://doi.org/10.5539/ies.v7n7p149

Kilpatrick, J. (1968). George Polya's Problem Solving Techniques in Teaching Mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, *Vol. 1*(No. 1), 27–37.

Krulik, S., y Rudnick, J. A. (1988). *Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers*. Allyn & Bacon/Logwood Division, 160 Gould Street, Needham Heights, MA 02194-2310 ($35. https://eric.ed.gov/?id=ED301459

Lee, C. I. (2016). An Appropriate Prompts System Based on the Polya Method for Mathematical Problem-Solving. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *13*(3). https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00649a

Lessani, A., Suraya, A., y Abu Bakar, K. (2017). COMPARISON OF NEW MATHEMATICS TEACHING METHODS WITH TRADITIONAL METHOD. *PEOPLE: International Journal of Social Sciences*, *3*, 1285–1297. https://doi.org/10.20319/pijss.2017.32.12851297

Lozada, J. A. D., y Fuentes, R. D. (2018). Los Métodos de Resolución de Problemas y el Desarrollo del Pensamiento Matemático. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *32*(60), 57–74. https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a03

Medina, D. M. del R., y Verdejo, C. A. L. (2020). Validez y confiabilidad en la evaluación del aprendizaje mediante las metodologías activas. *ALTERIDAD.Revista de Educación*, *15*(2), 270–284. https://doi.org/10.17163/alt.v15n2.2020.10

Mendoza, R., Chumpitaz, H., Espinoza, E., Zorrilla, J., Aguilar, S., y Garay, J. (2023). *Empleo del método Polya como estrategia educativa en estudiantes universitarios para la resolución de problemas*. Editorial Mar Caribe de Josefrank Pernalete Lugo.

Meneses, M., Y y Peñaloza, D. (2019). Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas. *Zona Proxima*, *31*, 7-25.

Minotta, C. (2017). Teoría del procesamiento de la información en la resolución de problemas. *Escenarios*, *15*(1), Article 1. https://doi.org/10.15665/esc.v15i1.1127

Nasir, A. M., y Syartina, S. (2021). The Effectiveness of the Polya Model Problem Solving Method on Student Learning Outcomes in Solving Math Story Problems. *Eduma : Mathematics Education Learning and Teaching*, *10*(2), 127. https://doi.org/10.24235/eduma.v10i2.8700

Ñaupas, P. H., Mejia, M. E., Novoa, R. E., y Villagomez, P. A. (2014). *Metodología de la investigación cuantitativa—Cualitativa y redacción de la tesis*. Ediciones de la U.

Nguyen, L. C., Thuan, H. T., y Giang, T. T. H. (2023). A Application of G. Polya's Problem-Solving Process in Teaching High-School Physics. *Journal La Sociale*, *4*(1), 26–33. https://doi.org/10.37899/journal-la-sociale.v4i1.761

Oria Chavarria, M. (2021). *Método heurístico de polya para el aprendizaje de lógica y teoría de conjuntos, en estudiantes del segundo ciclo de Matemática de la Universidad Nacional de Ingeniería, 2019*. http://repositorio.une.edu.pe/handle/20.500.14039/5096

Oscanoa, R. (2022). *Metodología del aprendizaje basado en problemas y las competencias en geometría descriptiva de los estudiantes de Ingeniería de una Universidad Estatal*. Universidad Nacional de Educación.

Payer, M. (2005). *Teoría del constructivismo social de Lev Vygotsky en comparación con la teoría Jean Piaget*. https://www.rua.unam.mx/portal/recursos/ficha/15858/teoria-del-constructivismo-social-de-lev-vygotsky-en-comparacion-con-la-teoria-jean-piaget

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas* (1ra edición). Trillas.

Reigeluth, C. M. (2016). Teoría instruccional y tecnología para el nuevo paradigma de la educación. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, *50*. https://doi.org/10.6018/red/50/1a

Rickard, A. (2005). Evolution of a Teacher's Problem Solving Instruction: A Case Study of Aligning Teaching Practice with Reform in Middle School Mathematics. *RMLE Online*, *29*(1), 1–15. https://doi.org/10.1080/19404476.2005.11462024

Rivera Lozada, O., Yangali Vicente, J. S., Ipanaqué Zapata, M. A. y Rodríguez López, J. L. (2023). *Manual de procesamiento estadístico para la investigación con SPSS*

(1st ed.). Fondo Editorial de la Universidad Privada Norbert Wiener. https://doi.org/10.37768/unw.vri.0011

Rodríguez, M., Pochulu, M. D., Barreiro, P., Bressan, A., Camós, C., Carnelli, G., Casetta, I., Crespo Crespo, C., Colombano, V., Formica, A., Marino, T., Nápoles Valdés, J., Ortiz Hurtado, M., Scaglia, S., Visokolskis, S., y Zolkower, B. (2015). *Educación matemática: Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. http://repositorio.ungs.edu.ar:8080/xmlui/handle/UNGS/780

Rowe, C. E., & Mc Farland, J. D. (1970). *Geometria descriptiva*. CECSA.

Saucedo Fernández, M., Espinosa Carrasco, M. E. y Herrera Sánchez, S. del C. (2019). Método de Pólya aplicado al lenguaje algebraico en primer año de licenciatura. *RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, *9*(18), 512–538. https://doi.org/10.23913/ride.v9i18.434

Sauki, N. I. M., y Talib, O. (2020). SLR: The Implementations of Problem-Solving Method Using Polya, 5e, 7e Method and Its Challenge to Cope With 21st Century Learning. *International Journal of Academic Research in Business and Social Sciences*, *10*(6). https://doi.org/10.6007/IJARBSS/v10-i6/7471

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press. INC.

Sigarreta, J. M., Rodrıguez, J. M., y Ruesga, P. (2006). La resolución de problemas: Una visión histórico-didáctica. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, Vol. XIII No. 1*, 53–66.

Solar, H., y García, B. (2014). Propuesta de un Modelo de Competencia Matemática como articulador entre el currículo, la formación de profesores y el aprendizaje de los estudiantes. *Educación Matemática*, *26*.

Suárez, N. y C. (2018). *Procesos y fundamentos de la investigación científica.* Ediciones UTMACH.

Sumardi, y Herawanto, M. R. (2021). The Analyzing of Pisa-based Mathematics Problem Solving Ability based on the Algebra Learning Object. *Journal of Physics:*

Conference Series, *1776*(1), 012031. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1776/1/012031

Tariq Mehmood, S. (2022). Effect of Problem-Solving Teaching Method on Improvement of Higher Order Thinking Skills of Early Childhood Teachers in Mathematics. *Journal of Early Childhood Care and Education*, *6*, 1–26.

Tello Chilcón, J. E. (2015). Método Polya Y Su Influencia En El Aprendizaje En La Resolución De Situaciones Problemáticas En El Área De Matemática De Los Estudiantes Del 5º Gr. De La I.E. Nº 10283. El Lirio—Cutervo, 2014. *Universidad Nacional de Cajamarca*. https://renati.sunedu.gob.pe/handle/sunedu/3231875

Tobón, S. (2006). *Aspectos Básicos de la Formación Basada en Competencias*. 16. https://www.uv.mx/rmipe/files/2019/07/Aspectos-basicos-de-la-formacion-basada-en-competencias.pdf

Treffinger, D. J., y Selby, E. C. (2008). *Comprendiendo y desarrollando la creatividad: Una aproximación práctica*. https://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/2366

Valderrama, S y Jaimes, C. (2019). *El desarrollo de la tesis. Descriptiva-comparativa, correlacional y cuasiexperimental*. Editorial San Marcos.

Valencia, G. (2009). *Geometría descriptiva paso a paso* (Primera edición). Ecoe Ediciones.

Villacis Torres, M. I. (2021). *Aplicación del Método Pólya para mejorar la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de octavo año de EGB. de Baños* [masterThesis, Pontificia Universidad Católica del Ecuador]. https://repositorio.pucesa.edu.ec/handle/123456789/3159

Vivas, R. (2019). *El método de Polya en el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas de Nivelación de Matemática de la Facultad de Administración y Negocios de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas*. Universidad Nacional de Educación.

Yapatang, L., y Polyiem, T. (2022). Development of the Mathematical Problem-Solving Ability Using Applied Cooperative Learning and Polya's Problem-Solving Process for Grade 9 Students. *Journal of Education and Learning*, *11*(3), 40. https://doi.org/10.5539/jel.v11n3p40

Zamnah, L. N., Zaenuri, Wardono, y Sukestiyarno. (2021). Make questions as a stimulus for students to help them carry out their Polya's step in solving problems. *Journal of Physics: Conference Series*, *1918*(4), 042099. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1918/4/042099

APÉNDICES

APÉNDICE A. FICHA DE INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Encuesta para evaluación del proceso de resolución de problemas en geometría descriptiva

Objetivo: Identificar la percepción del estudiante sobre su capacidad para comprender, planificar, ejecutar y revisar problemas de geometría descriptiva.

Parte 1. Datos generales

- Nombre del estudiante: _____
- Curso: _____
- Fecha: _____

Parte 2. Escala de percepción (1 = Nunca, 5 = Siempre)

Ítem	Pregunta	Escala
1	Comprendo claramente los enunciados de los problemas propuestos.	1–5
2	Puedo identificar los elementos esenciales de un problema antes de resolverlo.	1–5
3	Puedo planificar estrategias de solución adecuadas y justificarlas.	1–5
4	Reviso mis soluciones y detecto errores de manera autónoma.	1–5
5	Soy capaz de aplicar lo aprendido a problemas nuevos o diferentes.	1–5

Parte 3. Preguntas abiertas

1. Describe las estrategias que utilizas habitualmente para resolver problemas de geometría descriptiva.
2. Señala las dificultades más frecuentes que enfrentas al resolver estos problemas.
3. ¿Qué sugerencias propondrías para mejorar tu aprendizaje en esta materia?

APÉNDICE B. RÚBRICA DE EVALUACIÓN

Rúbrica para evaluar la resolución de problemas en geometría descriptiva

Criterio	Excelente (4)	Bueno (3)	Satisfactorio (2)	Insuficiente (1)
Comprensión del problema	Identifica todos los elementos y relaciones del problema, mostrando comprensión profunda.	Identifica la mayoría de elementos y relaciones.	Identifica algunos elementos de manera incompleta.	No identifica correctamente los elementos clave.
Planificación de la solución	Propone estrategias claras, lógicas y creativas, justificando sus decisiones.	Propone estrategias coherentes, pero con justificación parcial.	Estrategias poco claras o limitadas.	No planifica estrategias de manera lógica.
Ejecución	Realiza procedimientos correctos, con representaciones precisas y detalladas.	Realiza procedimientos correctos con mínimos errores.	Procedimientos incompletos o con errores frecuentes.	Procedimientos incorrectos o confusos.
Revisión y reflexión	Verifica resultados, identifica errores y propone mejoras efectivas.	Verifica resultados y detecta algunos errores.	Revisión superficial sin identificar errores relevantes.	No realiza revisión ni reflexión sobre el proceso.

Nota: Esta rúbrica puede aplicarse de manera individual o grupal y adaptarse a diferentes tipos de problemas en geometría descriptiva.

APÉNDICE C. SESIÓN DE APRENDIZAJE

Tema: Intersección de planos y rectas en geometría descriptiva
Duración: 90 minutos
Objetivos de la sesión:

1. Comprender y representar gráficamente la intersección de planos y rectas.
2. Aplicar estrategias heurísticas para resolver problemas de intersección.
3. Reflexionar sobre el proceso de resolución y las dificultades encontradas.

Estructura de la sesión:

Momento	**Actividad**	**Estrategia utilizada**
Inicio (15 min)	Presentación del problema y activación de conocimientos previos.	Preguntas guiadas, discusión grupal
Desarrollo (50 min)	Resolución de problemas propuestos: análisis, planificación, ejecución y revisión.	Método Polya, trabajo colaborativo, uso de heurísticas (representación gráfica, analogía, descomposición)
Cierre (25 min)	Presentación de soluciones, discusión de estrategias y retroalimentación.	Metacognición, coevaluación, retroalimentación formativa

Instrucciones para el docente:

1. Plantear el problema y explicar claramente el objetivo de la sesión.
2. Motivar a los estudiantes a identificar elementos clave y relaciones espaciales.
3. Acompañar en la aplicación de estrategias heurísticas, guiando sin dar soluciones directas.
4. Fomentar la revisión y reflexión sobre errores y estrategias aplicadas.

APÉNDICE D. MUESTRA DE PROBLEMAS TRABAJADOS

Problema 1: Intersección de planos

- Dos planos se cruzan formando un ángulo de 45° en un sistema diédrico.
- Representar la **línea de intersección** y sus **trazas** en los planos horizontal y vertical.
- **Heurística sugerida:** Descomponer el problema, dibujar proyecciones auxiliares, identificar puntos de intersección.

Problema 2: Triángulo en plano inclinado

- Determinar la **verdadera magnitud** de un triángulo contenido en un plano inclinado respecto al plano horizontal.
- Representar los elementos y calcular los ángulos formados.
- **Heurística sugerida:** Uso de planos auxiliares y proyecciones ortogonales para visualizar dimensiones reales.

Problema 3: Intersección de recta con plano

- Una recta definida por los puntos A y B intersecta un plano dado.
- Proyectar la **traza horizontal y vertical** de la recta y del plano.
- **Heurística sugerida:** Analizar coordenadas de puntos, aplicar proyecciones y verificar consistencia gráfica.

Problema 4: Sección de un prisma

- Un prisma rectangular es cortado por un plano oblicuo.
- Dibujar la sección resultante, indicando los vértices y sus proyecciones.
- **Heurística sugerida:** Dibujar líneas auxiliares, aplicar descomposición por aristas, verificar con trazas proyectivas.

Nota: Cada problema puede incluir espacios para que el estudiante anote: comprensión, planificación, ejecución y revisión, siguiendo el Método Polya.