



Influencia de los coeficientes de corrección positiva y negativa sobre los parámetros asociados al desgaste en engranajes rectos mediante Autodesk Inventor

Influence of positive and negative correction coefficients on wear-related parameters in spur gears using Autodesk Inventor

Influência dos coeficientes de correção positivos e negativos nos parâmetros relacionados ao desgaste em engrenagens cilíndricas de dentes retos usando o Autodesk Inventor.

ARTÍCULO ORIGINAL

Ms Luis Carlos Calderon Rodriguez
cc9498995@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-9447-2257>
Ingeniería Mecánica, Universidad
Nacional del Santa, Ancash - Perú

Arquimedes Iparraguirre Lozano
aiparraguirre@uns.edu.pe
<https://orcid.org/0000-0002-1132-7688>
Ingeniería Mecánica - Facultad de
Ingeniería, Universidad Nacional del
Santa, Ancash - Perú

Dayan Fernando Macedo Alcántara
dmacedo@uns.edu.pe
<https://orcid.org/0000-0003-1190-4032>
Universidad Nacional del Santa,
Ancash - Perú

Recibido 15 de Mayo 2026 | Arbitrado y aceptado 28 de Mayo 2026 | Publicado el 01 de Junio 2026

RESUMEN

La presente investigación analiza el comportamiento geométrico y la influencia de los coeficientes de corrección positiva y negativa en el desgaste de engranajes rectos de dientes corregidos mediante el estudio de parámetros de transmisión y simulación computacional utilizando Autodesk Inventor. El objetivo principal fue evaluar la influencia de los coeficientes de corrección geométrica sobre el desempeño mecánico, la eficiencia de transmisión y la reducción del desgaste superficial en sistemas de engranajes rectos.

La metodología empleada fue de enfoque descriptivo y aplicada, integrando cálculos analíticos del perfil evolvente, parámetros geométricos de engrane, distancia entre centros, espesor cordal, altura cordal y ángulo de presión corregido, complementados con modelamiento tridimensional y simulaciones CAD/CAE en Autodesk Inventor. Se analizaron cuatro casos de estudio considerando variaciones en módulo, número de dientes y coeficientes de corrección positivos, negativos y combinados.

Los resultados evidenciaron que la aplicación adecuada de correcciones geométricas mejora significativamente la distribución de esfuerzos de contacto entre dientes, reduce interferencias y minimiza fenómenos de desgaste como abrasión, fatiga superficial y picadura. Asimismo, se observó un incremento en la estabilidad geométrica del engrane y una mejora en la eficiencia de transmisión de potencia. La comparación entre los resultados analíticos y los obtenidos mediante Autodesk Inventor mostró una alta concordancia, validando la confiabilidad del software como herramienta de diseño y optimización de engranajes corregidos.

Palabras clave: engranajes rectos corregidos, desgaste mecánico, perfil evolvente, coeficiente de corrección, Autodesk Inventor, transmisión de potencia.

ABSTRACT

This research analyzes the geometric behavior and the influence of positive and negative correction coefficients on the wear of spur gears with corrected teeth by studying transmission parameters and using computational simulation with Autodesk Inventor. The main objective was to evaluate the influence of geometric correction coefficients on mechanical performance, transmission efficiency, and the reduction of surface wear in spur gear systems.

The methodology employed was descriptive and applied, integrating analytical calculations of the involute profile, gear geometric parameters, center distance, chord thickness, chord height, and corrected pressure angle, complemented by three-dimensional modeling and CAD/CAE simulations in Autodesk Inventor. Four case studies were analyzed considering variations in module, number of teeth, and positive, negative, and combined correction coefficients.

The results showed that the appropriate application of geometric corrections significantly improves the distribution of contact stresses between teeth, reduces interferences, and minimizes wear phenomena such as abrasion, surface fatigue, and pitting. Furthermore, an increase in the geometric stability of the gear and an improvement in power transmission efficiency were observed. The comparison between the analytical results and those obtained using Autodesk Inventor showed a high degree of agreement, validating the software's reliability as a tool for designing and optimizing corrected gears.

Keywords: corrected spur gears, mechanical wear, involute profile, correction coefficient, Autodesk Inventor, power transmission.

RESUMO

Esta pesquisa analisa o comportamento geométrico e a influência de coeficientes de correção positivos e negativos no desgaste de engrenagens cilíndricas de dentes retos com dentes corrigidos, por meio do estudo de parâmetros de transmissão e simulação computacional com o Autodesk Inventor. O principal objetivo foi avaliar a influência dos coeficientes de correção geométrica no desempenho mecânico, na eficiência de transmissão e na redução do desgaste superficial em sistemas de engrenagens cilíndricas de dentes retos.

A metodologia empregada foi descritiva e aplicada, integrando cálculos analíticos do perfil involuto, parâmetros geométricos da engrenagem, distância entre centros, espessura da corda, altura da corda e ângulo de pressão corrigido, complementados por modelagem tridimensional e simulações CAD/CAE no Autodesk Inventor. Quatro estudos de caso foram analisados considerando variações no módulo, número de dentes e coeficientes de correção positivos, negativos e combinados.

Os resultados mostraram que a aplicação adequada de correções geométricas melhora significativamente a distribuição das tensões de contato entre os dentes, reduz interferências e minimiza fenômenos de desgaste como abrasão, fadiga superficial e pitting. Além disso, observou-se um aumento na estabilidade geométrica da engrenagem e uma melhoria na eficiência de transmissão de potência. A comparação entre os resultados analíticos e os obtidos com o Autodesk Inventor mostrou um alto grau de concordância, validando a confiabilidade do software como ferramenta para projeto e otimização de engrenagens corrigidas.

Palavras-chave: engrenagens cilíndricas de dentes retos corrigidas, desgaste mecânico, perfil involuto, coeficiente de correção, Autodesk Inventor, transmissão de potência.

Introducción

En los sistemas modernos de transmisión mecánica, los engranajes rectos constituyen uno de los mecanismos más empleados para transferir potencia y movimiento debido a su precisión, eficiencia y capacidad de operar bajo diferentes condiciones de carga. Sin embargo, uno de los problemas más recurrentes en aplicaciones industriales es el desgaste progresivo de los dientes del engranaje, fenómeno que afecta directamente la estabilidad operacional, la eficiencia energética y la confiabilidad de maquinaria utilizada en sectores como manufactura, minería, agroindustria y transporte mecánico. Investigaciones recientes evidencian que el desgaste modifica gradualmente la geometría del perfil dentado, altera la rigidez de engrane y genera variaciones en el error de transmisión, provocando pérdidas de eficiencia y fallas prematuras del sistema. [1].

A esta problemática se suma la limitación geométrica inherente de los engranajes rectos convencionales, particularmente en configuraciones con reducido número de dientes o elevadas relaciones de transmisión, donde existe una alta probabilidad de socavado, interferencia entre dientes y concentraciones excesivas de esfuerzos de contacto. Frente a estas limitaciones, el empleo de coeficientes de corrección o desplazamiento de perfil (*profile shift coefficients*) ha emergido como una estrategia de diseño orientada a optimizar el engrane, incrementar la resistencia del diente y reducir las tensiones mecánicas localizadas. Según [2], la adecuada selección de coeficientes de corrección influye favorablemente sobre las condiciones operativas del par de engranajes, reduciendo fallas y mejorando el comportamiento mecánico del sistema.

En este contexto, las herramientas CAD/CAE como el software [Autodesk Inventor](#) representan una alternativa tecnológica relevante, ya que permiten modelar tridimensionalmente engranajes rectos, simular parámetros geométricos y validar virtualmente configuraciones de engrane antes de la fabricación. Estas herramientas facilitan el análisis de variables críticas como distancia entre centros, perfil evolvente, espesor del diente, ángulo de presión y distribución geométrica del contacto, reduciendo incertidumbre en el diseño mecánico y mejorando la toma de decisiones durante el dimensionamiento del sistema de transmisión. Por consiguiente, surge la necesidad de

desarrollar investigaciones orientadas al estudio del desgaste de engranajes rectos de dientes corregidos mediante el análisis de parámetros de transmisión utilizando Autodesk Inventor, con el propósito de determinar de qué manera la corrección geométrica influye en la reducción del desgaste, incremento de la eficiencia y mejora de la vida útil de los sistemas de transmisión mecánica empleados en aplicaciones industriales.

Contribución científica

La contribución científica más relevante de esta investigación se basa en el estudio detallado del comportamiento geométrico y del desgaste en engranajes rectos con dientes corregidos, integrando cálculos teóricos con simulaciones digitales desarrolladas en Autodesk Inventor. Según [3] y [4], el perfil evolvente y los parámetros de transmisión desempeñan un papel esencial en la correcta distribución de esfuerzos y en la eficiencia de la transmisión de potencia. Bajo este enfoque, la investigación evidencia que la utilización de correcciones positivas, negativas y combinadas optimiza el contacto entre los dientes, disminuye las interferencias y reduce el desgaste superficial, constituyendo una metodología técnica útil para el diseño y optimización de engranajes industriales modernos.

Otra aportación importante de esta investigación es la comprobación de la efectividad de las herramientas CAD/CAE en el estudio de engranajes corregidos. De acuerdo con Guaycochea, R., las modificaciones geométricas aplicadas a los dientes permiten mejorar el rendimiento mecánico de las transmisiones y disminuir problemas relacionados con el socavado y la interferencia entre dientes. Los resultados obtenidos evidencian que las simulaciones realizadas en Autodesk Inventor presentan concordancia con los cálculos analíticos del perfil evolvente, el ángulo de presión corregido y la línea de engrane. Esto demuestra que el modelamiento computacional es una herramienta precisa y confiable para anticipar el comportamiento geométrico y tribológico de los engranajes antes de su proceso de fabricación.

Del mismo modo, la investigación proporciona evidencia científica acerca de la influencia que tienen los coeficientes de corrección en la resistencia mecánica y la vida útil de los dientes de los engranajes. Según [4] y [5], la aplicación de un coeficiente de corrección positivo incrementa el radio de curvatura y favorece una mejor distribución

de esfuerzos sobre los dientes, mientras que una corrección negativa puede emplearse estratégicamente para modificar la distancia entre centros y optimizar el engrane entre ruedas dentadas. Los resultados obtenidos en los cuatro casos de estudio demuestran que un mayor coeficiente de corrección incrementa el espesor cordal y disminuye las tensiones de contacto, reduciendo así la probabilidad de fatiga superficial, picaduras y fallas prematuras en transmisiones sometidas a elevadas cargas de trabajo.

El desgaste de engranajes rectos es un problema crítico en la ingeniería mecánica, especialmente en sistemas de transmisión, ya que afecta directamente el rendimiento y la eficiencia de las máquinas. A continuación, se presentan los aspectos problemáticos clave relacionados con el desgaste de engranajes rectos. Una de las causas es.

- a) Lubricación insuficiente o contaminada. La falta de lubricación adecuada o la presencia de contaminantes en el lubricante puede causar desgaste abrasivo, corrosivo o incluso glaseado en los engranajes.
- b) Sobrecarga del sistema: Cargas excesiva pueden provocar picaduras, descascarado o rotura de los dientes del engranaje debido al alto estrés de contacto.
- c) Fallo de montaje: Un montaje incorrecto puede generar desgaste desigual y problemas de ajuste en ellos engranajes.
- d) Defectos en el diseño o fabricación: Problemas en el diseño o en la fabricación de los engranajes pueden llevar a una resistencia insuficiente del material, lo que acelera el desgaste.

A continuación, se detallan los aspectos más relevantes de esta problemática:

Según: [6]

1. Eficiencia Energética: En un contexto donde la sostenibilidad y la reducción del consumo energético son prioritarios, los engranajes deben operar con alta eficiencia. Sin embargo, muchos diseños tradicionales no optimizan el rendimiento, lo que resulta en pérdidas de energía.

2. La durabilidad y fallas: Los engranajes son propensos a fallas mecánicas debido a su diseño inadecuado o a la falta de corrección en los dientes. Estas fallas pueden llevar a costosos tiempos de inactividad y reparaciones, afectando la productividad.
3. Limitaciones en el diseño: La falta de estudios exhaustivos sobre el impacto de la corrección de los dientes en los engranajes rectos limita las opciones de diseño. Muchos ingenieros carecen de herramientas adecuadas para simular y analizar como estos cambios afectan al rendimiento.
4. Competitividad en el Mercado: Las empresas que no optimizan sus diseños de engranajes pueden perder competitividad frente a aquellas que implementan tecnologías avanzadas y metodologías avanzadas y de diseño más eficiente.
5. Necesidad de Innovación: Existe una demanda creciente por innovaciones en el diseño de engranajes que no solo mejoren su rendimiento, sino que también sean más sostenibles y adaptable a nuevas tecnologías.

Los avances computacionales en el diseño de componentes mecánicos los softwares cada vez se van perfeccionando y se utilizan para la simulación de piezas mecánicas que nos conllevan a la solución de muchos problemas y a la optimización de los diseños de componentes o sistemas mecánicos lo cual pueden ser posteriormente construidos, como eligiendo el material más adecuado con su respectiva geometría óptima.

Clasificación de las transmisiones

Las transmisiones se pueden clasificar según varios criterios de [7]

1- Por tipo de Movimiento. Transmisiones Mecánicas: Utilizan componentes físicos como engranajes, poleas y cadenas para transmitir movimiento.

* **Transmisiones Hidráulicas** : Emplean fluidos para transmitir fuerza y movimiento, comúnmente utilizadas en maquinaria pesada.

***Transmisiones Neumáticas**: Utilizan aire comprimido para operar mecanismos, frecuentemente vistas en herramientas industriales.

2- Por Configuración.

***Transmisiones Directas**: Conectan directamente el motor a la carga sin intermediarios.

***Transmisiones Indirectas**: Involucran mecanismos intermedios (como engranaje) para modificar características del movimiento.

3.- Por Relación de transmisión.

***Transmisiones Fijas**: Tienen una relación de transmisión constante.

***Transmisión Variable**: Permiten ajustar la relación de transmisión según las necesidades Operativas (ejemplo: transmisiones de variador de velocidad).

4.- Por Aplicación.

***Transmisiones Automotrices**: Diseñadas específicamente para vehículos, optimizando el rendimiento del motor.

***Transmisiones Industriales**: Utilizadas en maquinarias para procesos industriales, adaptándose a diferentes cargas y velocidades.

5.- Por tipo de Engranaje.

***Engranaje Rectos**: Transmiten movimiento entre ejes paralelos.

***Engranaje Helicoidales**: Ofrecen una transmisión más suave y eficiente.

***Engranaje Cónico**: Permiten cambiar la dirección del movimiento.

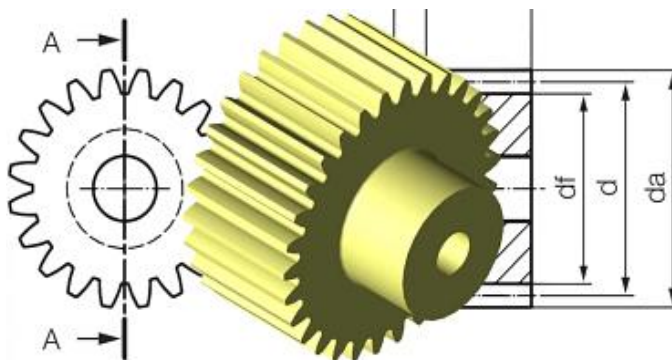
En resumen, las transmisiones son esenciales para el funcionamiento eficiente de una amplia gama de sistemas mecánicos, y su clasificación permite una mejor comprensión y aplicación en diversas industrias. [8]

6. Definición de Engranaje

Se denomina engranaje al [mecanismo](#) utilizado para transmitir potencia de un componente a otro dentro de una [máquina](#). Los engranajes están formados por dos ruedas dentadas, de las cuales la mayor se denomina [corona](#) y el menor [piñón](#). Un engranaje sirve para transmitir [movimiento circular](#) mediante el contacto de ruedas dentadas. Una de las aplicaciones más importantes de los engranajes es la transmisión del movimiento desde el [eje](#) de una fuente de energía, como puede ser un [motor de combustión interna](#) o un [motor eléctrico](#), hasta otro eje situado a cierta distancia y que ha de realizar un trabajo. De manera que una de las ruedas está conectada por la [fuente de energía](#) y es conocida como engranaje motor y la otra está conectada al eje que debe recibir el movimiento del eje motor y que se denomina engranaje conducido. Si el sistema está compuesto de más de un par de ruedas dentadas, se denomina tren.

La principal ventaja que tienen las transmisiones por engranaje respecto de la transmisión por [poleas](#) es que no patinan como las poleas, con lo que se obtiene exactitud en la relación de transmisión.

Fig 1 Engranaje de dientes rectos



Fuente (Shigley, 2010)

PERFIL DE EVOLVENTE

El perfil de evolvente en engranajes rectos se refiere a la forma geométrica que adoptan los dientes de los engranajes. Esta curva es una evolvente de una circunferencia, que es la trayectoria descrita por el extremo de una cuerda tensa que se desarrolla de una circunferencia base.

En el contexto de los engranajes, el perfil de evolvente es ampliamente utilizado debido a sus ventajas en términos de eficiencia y simplicidad de diseño.

Propiedades clave de perfil de evolvente

1.- Relación de transmisión constante: El perfil de evolvente garantiza que la relación de velocidades entre sus engranajes sea constante, lo que reduce las vibraciones y mejora la eficiencia del sistema.

2.- Independencia del número de dientes: El perfil de un engranaje evolvente depende solo del número de dientes, el ángulo de presión y el paso, lo que facilita la compatibilidad entre diferentes engranajes.

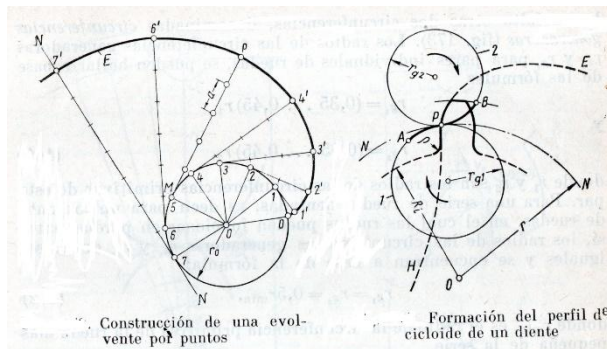
3.- Línea de acción: El contacto entre los dientes de los engranajes ocurre a lo largo de una recta tangente al círculo base, conocida como línea de acción.

4.- Fácil fabricación: Los engranajes con perfil de evolvente son relativamente fáciles de fabricar, lo que hace populares en aplicaciones industriales.

5.- Distribución uniforme del desgaste: El perfil de evolvente ayuda a distribuir el desgaste de manera uniforme entre los dientes, prolongando la vida útil del engranaje.

El perfil de evolvente es una curva geométrica que se utiliza en engranajes rectos para asegurar una transmisión eficiente y constante de movimiento, siendo ampliamente adoptado en diversas aplicaciones mecánicas.

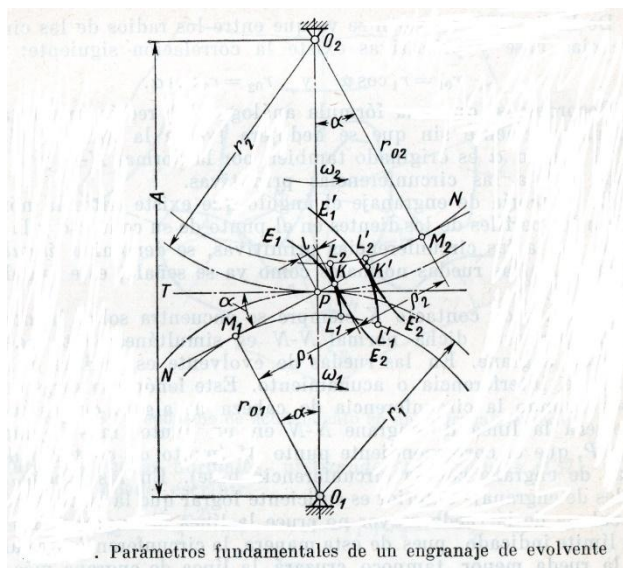
Figura 2



Construcción de evolvente

Fuente: Teoría de Mecanismos y Maquinas, pag 219

Figura 3



Parámetros Fundamentales de evolvente

Fuente: Teoría de Mecanismos y Maquinas, pag 231

5. Coeficiente de corrección.

El Coeficiente de corrección en engranajes cilíndricos rectos es un parámetro utilizado para ajustar la geometría de los dientes de los engranajes, permitiendo mejorar su capacidad de carga y evitar problemas como socavado la interferencia entre dientes. Este coeficiente se utiliza para reemplazar la herramienta de corte en relación con el

módulo del engranaje, lo que permite optimizar el diseño de los engranajes según las necesidades de la aplicación. Según [9] .

Propiedades clave del coeficiente de corrección.

3.5.1.- Ajuste de la geometría: El coeficiente de corrección permite ajustar el espesor de los dientes y su posición en relación con el centro del engranaje, lo que influye en la capacidad de carga y la estabilidad del sistema de transmisión.

3.5.2.- Prevención del socavado: Un coeficiente de corrección positivo puede prevenir el socavado en los dientes, especialmente en piñones con un número pequeño de dientes.

3.5.3.- Optimización de la capacidad de carga: Al seleccionar adecuadamente el coeficiente de corrección, se puede aumentar la capacidad de carga del engranaje al reducir las tensiones de contacto en los flancos de los dientes.

4.- Compatibilidad entre sistemas: El coeficiente de corrección es crucial para la conversión

Entre sistemas de diseño diferentes, como AGMA e ISO, permitiendo una transición suave entre normas.

El coeficiente de corrección es una herramienta fundamental en el diseño de engranajes cilíndricos rectos, ya que permite personalizar la geometría de los dientes para mejorar el rendimiento y la durabilidad del sistema de transmisión.

6.-Diferentes tipos de desgaste en engranajes rectos dientes corregidos

Por lo general, las principales fallas que ocurren en los dientes de los engranajes son causadas por la fatiga como resultado de la carga periódica a la que están sometidos. Estas fallas se producen debido al constante trabajo del diente en ciclos de trabajo. De acuerdo con los estándares ISO 6336, los dos tipos de fallas más comunes en las transmisiones de engranajes son la fatiga por contacto, que incluye problemas como la picadura, deformación plástica y desgaste; y la fatiga por flexión, que resulta en fracturas [6]

1.-Desgaste por Fatiga Superficial

Cuando dos engranajes hacen contacto entre sus dientes, se generan esfuerzos complejos en los flancos de contacto debido a la acción simultánea de fuerzas de contacto y movimiento, que

incluyen tanto deslizamiento como rodadura. Cuando se realizan movimientos repetitivos y superficiales que exceden la capacidad de resistencia a la fatiga por contacto, se generan grietas tanto en la superficie como debajo de ella. Estas grietas se propagan y se unen, causando que se desprendan partículas del material en los lados de contacto. Este tipo de

falla es conocida como picadura. Existen diversas formas de picado que pueden ocurrir.

- Mordedura Inicial: Ocurre en zonas sometidas a un exceso de esfuerzo debido imperfecciones en la superficie o desajuste. Se

Visualizan como agujeros poco profundos.

- Picadura perjudicial: Ocurre debido a la aplicación excesiva de fuerza, contacto prolongado con alta tensión y a la baja capacidad del material para resistir el desgaste causado por la fatiga. En contraste con la primera picadura, estas no pueden ser aliviadas y se muestran con un tamaño o número de agujeros superficiales más grande.

Figura 4 Desgaste por abrasion

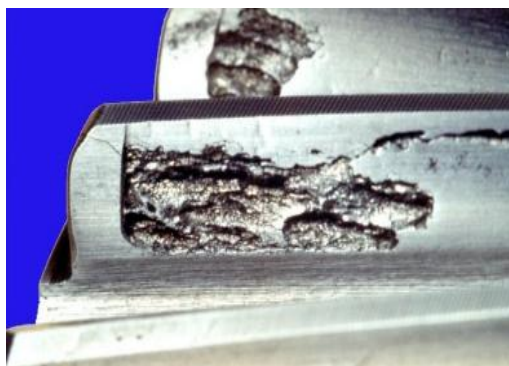


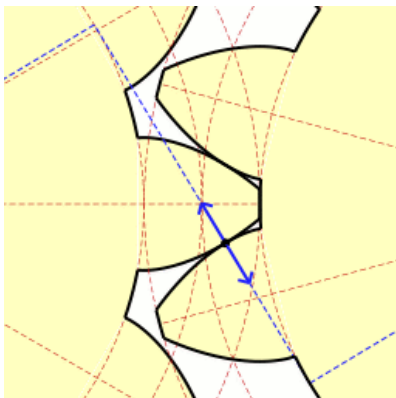
Figura 5 Desgaste superficial



Fuente: Elementos de máquinas,2000

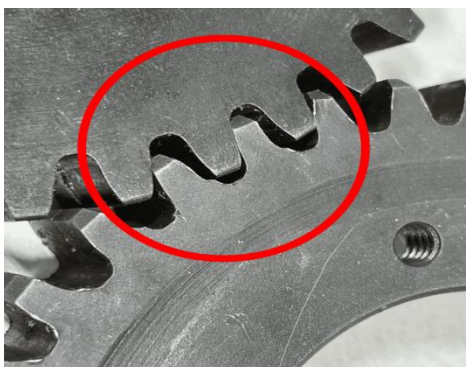
Figura 6

Linea de engrane engranajes rectos



Máquinas para tallado de engranajes rectos corregidos

Figura 7



MAQUINA GENERADORA DE DIENTES



Fig 8

4.55 Formulas de engranajes rectos corregidos.

1 Corrección de altura o corrección compensada de las ruedas dentadas.

En ocasiones existen restricciones en cuanto a la distancia entre centros a utilizar, es decir, no puede ser elegido libremente. Por ejemplo, puede suceder que en un par de engranajes diseñados y construidos ya durante el funcionamiento, los dientes del piñón sean más débiles que los de las coronas. En esta situación, el diseñador puede decidir mejorar el comportamiento de la transmisión dando una corrección positiva al impulsor y una corrección negativa del mismo tamaño al eje corona; de tal manera que se compense toda la marcha. En este caso se mantiene la distancia entre los centros y se puede utilizar el mismo lugar. Cuando se corrige un par de engranajes y se aplica la misma corrección positiva X_p al piñón, la corona X_c recibe una corrección negativa; Estamos en presencia de una corrección de altura o de una corrección de error compensada. Esto significa:

$$X_p = - X_c. \quad X_{\Sigma} = X_p + X_c = 0.$$

La suma de los coeficientes de corrección del piñón y la corona se denomina coeficiente de corrección total (X^*).

Al dar la corrección de altura, se debe tener en cuenta que para que la rueda se corrija positivamente se necesita un semiproducto mayor y para que la rueda se corrija negativamente se necesita un semiproducto más pequeño.

Cuadro núm. 2 presenta las expresiones de cálculo de los parámetros geométricos de una transmisión por engranajes con la corrección de altura.

Tabla # 1:

Parámetros geométricos de las ruedas dentadas con corrección de altura.

<i>Parámetro</i>	<i>Símbol</i>	<i>Expresión de cálculo</i>
<i>paso</i>	\underline{t}	$\pi.m$
<i>diámetro de paso</i>	dp	$m.z$
<i>diámetro básico</i>	db	$dp.\cos \alpha_c$
<i>diámetro primitivo</i>	dw	$db/\cos \alpha_w$
<i>diámetro exterior</i>	da	$m.(z + 2.ha + 2.X)$
<i>diámetro interior</i>	df	$m.(z - 2.(ha+c) + 2.X)$
<i>dista entre centros</i>	aw	$m. Z\Sigma/2$
<i>Grueso del diente:</i>		
<i>por la circ. básica</i>	Sb	$db.(Sp/dp + inv \alpha_c)$
<i>por la circ. de paso</i>	Sp	$\pi.m / 2 + 2.m.X. \tan \alpha_c$
<i>por la circ. exterior</i>	Sa	$da.(Sp/dp+inv \alpha_c-inv \alpha_e)$

Fuente:Elementos de Maquinas (pag 295)

Corrección angular de los engranajes.

En ocasiones se utilizan correcciones angulares para paliar ciertos fallos de dientes o para llevar un par de engranajes a una distancia central mayor o menor de la que tendrían si fuera normal. Estamos en presencia de una corrección angular cuando el coeficiente de corrección sumario es distinto de cero, lo que significa que el valor de corrección positiva dado a una rueda no coincide con el valor de corrección negativo dado a la rueda.

De hecho, para evitar el acortamiento de los dientes después del mecanizado, se acortan ligeramente en una cantidad (*y) denominada coeficiente de desplazamiento inverso. Esto se logra eligiendo el diámetro exterior del semiproducto ligeramente menor que el calculado mediante la corrección. Si el coeficiente de corrección sumatorio X* es positivo, la corrección se denomina angular positiva y viceversa. En la tabla nº 3 todas las expresiones para Cálculo de una transmisión por engranajes con corrección angular.

Tabla # 2:

Parámetros geométricos de las ruedas dentadas con corrección angular.

<u>Par</u>	<u>Símbol</u>	<u>Expresión de cálculo</u>
paso	t	$\pi.m$
diámetro de paso	dp	$m.z$
diámetro básico	db	$dp.\cos \alpha_c$
diámetro primitivo	dw	$db/\cos \alpha_w$
diámetro exterior	da	$m.(z + 2.ha + 2.X - 2.\Delta y)$
diámetro interior	df	$m.(z - 2.(ha+c) + 2.X)$
coef. de desp. invertido	Δy	$X\Sigma + 0,5 Z\Sigma - awx / m$
distancia entre centros	awx	$\frac{m.(Z_p + Z_c) \cos \alpha_c}{2.\cos \alpha_w}$
ángulo de montaje	α_w	$inv^{-1} \left[2 \cdot \frac{(X_1 + X_2)}{Z_p + Z_c} \cdot \tan \alpha_c + inv \alpha_c \right]$
Grueso del diente:		
por la circ. básica	Sb	$db.(Sp/dp + inv \alpha_c)$
por la circ. de paso	Sp	$\pi.m / 2 + 2.m.X.tan. \alpha_c$
por la circ. exterior	Sa	$da.(Sp/dp+inv \alpha_c-inv \alpha_e)$

Fuente:Elementos de Maquinas (pag 298)

3.7 Coeficiente de corrección positivo. Según [2]

1.- Aumento del radio de curvatura: Un coeficiente de corrección positivo aumenta el radio de curvatura de los flancos de los dientes, lo que mejora la resistencia a la picadura y reduce las tensiones de contacto.

2.- Prevencion del socavado: En piñones con un número pequeño de dientes, un coeficiente de corrección positivo ayuda a prevenir el socavado en las bases de los dientes, asegurando una mayor durabilidad del engranaje.

3.- Optimización de la capacidad de carga: Los engranajes con coeficientes de corrección positivos pueden aumentar su capacidad de carga al reducir las tensiones de contacto en los flancos de los dientes.

4.- Mejora de la distribución de tensiones: Un coeficiente de corrección positivo puede mejorar la distribución de las tensiones de contacto sobre el diente, reduciendo la posibilidad de fallas.

5.-Compatibilidad entre sistemas: Es útil en la conversión entre sistemas de diseño diferentes, como AMGA e ISO, permitiendo una transición suave entre normas.

6.- Reducción del riesgo de interferencia: Un coeficiente de corrección positivo puede prevenir la interferencia entre los dientes engranados, especialmente en piñones con un número pequeño de dientes.

7.- Aumento de la resistencia del diente: Los engranajes con coeficientes de corrección positivos pueden aumentar la resistencia del diente al mejorar la distribución de tensiones.

8 Coeficiente de corrección negativo. Según, Trier. H(2000)

1.-Interferencia entre dientes: Un coeficiente de corrección negativo puede provocar interferencia entre los dientes, especialmente en piñones con un número pequeño de dientes, lo que puede llevar al socavado.

2.- Reducción del espesor del diente: Un coeficiente de corrección negativo reduce el espesor del diente en su cabeza, lo que puede disminuir la resistencia del engranaje.

3.- Limitaciones del diseño: Los coeficientes de corrección negativos pueden limitar el diseño de engranajes con un número pequeño de dientes, ya que pueden aumentar el riesgo de socavado y reducir la capacidad de carga del engranaje.

4.- Aumento de riesgo de fallas: Un coeficiente de corrección negativo puede aumentar el riesgo de fallas por picadura al aumentar las tensiones de contacto en los flancos de los dientes.

5.-Dificultades en la fabricación: Un coeficiente de corrección negativo puede complicar la fabricación de engranajes al requerir herramientas específicas para ajustar el perfil del diente.

Tablas 3: PARAMETROS DE ENGRANAJES RECTOS CORREGIDOS

PARAMETROS	SIMBOLO	ENGRANAJE V	ENGRANAJE Vzero	ENGRANAJE NORMAL
		$X\Sigma \neq 0, y \neq 0, \Delta y > 0, \alpha \neq \alpha_0$	$X\Sigma = 0, X_1 = -X_2 = x > 0, y = \Delta y = 0$	$X\Sigma = 0, X_1 = X_2 = 0, y = \Delta y = 0$
		$Y = aw - a / m, \Delta y = X\Sigma - y$	$\alpha = \alpha_0$	$\alpha = \alpha_0$
Modulo	M	M	M	M
Numero de dientes	Z	$Z_{1,2}$	$Z_{1,2}$	$Z_{1,2}$
Angulo de tallado	α	$\alpha = 20^\circ = \alpha t$	$\alpha = 20^\circ = \alpha t$	$\alpha = 20^\circ = \alpha t$
Paso Circular	P	$P = \pi M$	$P = \pi M$	$P = \pi M$
Coefficiente radial	c^*	$c^* = 0.25$	$c^* = 0.25$	$c^* = 0.25$
Coefficiente de altura de cabeza de diente	ha^*	$ha^* = 1$	$ha^* = 1$	$ha^* = 1$
Juego radial	c	$c = 0.25 M$	$c = 0.25 M$	$c = 0.25 M$
Diámetro primitivo	d	$d_{1,2} = M Z_{1,2}$	$d_{1,2} = M Z_{1,2}$	$d_{1,2} = M Z_{1,2}$
Diámetro base	db	$db_{1,2} = d_{1,2} \cos \alpha$	$db_{1,2} = d_{1,2} \cos \alpha$	$db_{1,2} = d_{1,2} \cos \alpha$
Diámetro exterior	de	$de_1 = d_1 + 2 M (ha^* + X_1 - \Delta y)$	$de_1 = d_1 + 2 M (ha^* + X_1)$	$de_1 = d_1 + 2 M ha^*$
	de	$de_2 = d_2 + 2 M (ha^* + X_2 - \Delta y)$	$de_2 = d_2 + 2 M (ha^* + X_2)$	$de_2 = d_2 + 2 M ha^*$
Diámetro Interior	di	$di_1 = d_1 - 2 M (ha^* + c^* - X_1)$	$di_1 = d_1 - 2 M (ha^* + c^* - X_1)$	$di_1 = d_1 - 2 M (ha^* + c^*)$
	di	$di_2 = d_2 + 2 M (ha^* + c^* - X_2)$	$di_2 = d_2 + 2 M (ha^* + c^* - X_2)$	$di_2 = d_2 + 2 M (ha^* + c^*)$
Altura total	h	$h_1 = M (2 ha^* + c^* - \Delta y)$	$h_1 = M (2 ha^* + c^*)$	$h_1 = M (2 ha^* + c^*)$
	h	$h_2 = M (2 ha^* + c^* - \Delta y)$	$h_2 = M (2 ha^* + c^*)$	$h_2 = M (2 ha^* + c^*)$
Altura de trabajo	ht	$ht = M (2 ha^* - \Delta y)$	$ht = M (2 ha^*)$	$ht = M (2 ha^*)$
Altura de cabeza	ha	$ha = M (ha^*)$	$ha = M (ha^*)$	$ha = M (ha^*)$
Altura de raíz	hf	$hf = M (ha^* + c^* - \Delta y)$	$hf = M (ha^* + c^*)$	$hf = M (ha^* + c^*)$
Coefficiente de corrección	$X\Sigma$	$X\Sigma = X_1 + X_2$ $X\Sigma = (Z_1 + Z_2) (\text{inv } \alpha_{tw} - \text{inv } \alpha) / 2 \text{ tg } \alpha$	$X\Sigma = 0, X_1 = -X_2$	$X\Sigma = 0, X_1 = X_2 = 0$
Relación de transmisión	u	Z_2 / Z_1		
Angulo de engrane	α_{tw}	$\text{Inv } \alpha_{tw} = 2 (X_1 + X_2) \text{ tg } \alpha + \text{inv } \alpha (Z_1 + Z_2)$ $\text{Cos } \alpha_{tw} = a (\cos \alpha) / aw$		
Distancia entre centros corregido	aw	$aw = a (\cos \alpha) / \cos \alpha_{tw}$		
Distancia entre centros normal (a)	aw	$aw = M (Z_1 + Z_2) + y M$	$aw = M (Z_1 + Z_2) = a$	$aw = M (Z_1 + Z_2) = a$
Diámetro de	dw	$dw_1 = 2 aw / u + 1$	$dw_1 = d_1$	

engrane		$dw_2 = 2 a_w u / u + 1$	$dw_2 = d_2$	$dw_1 = d_1$
Esesor del diente en el diámetro primitivo	S_p	$S_{p1,2} = \pi M / 2 + 2 X_{1,2} M \operatorname{tg} \alpha$	$S_{p1,2} = \pi M / 2 + 2 X_{1,2} M \operatorname{tg} \alpha$	$S_{p1,2} = \pi M / 2$
Angulo de presión en cualquier diámetro	α_a	$\cos \alpha_a = db / d_a = d \cos \alpha / d_a$ $\operatorname{inv} \alpha_a = \operatorname{tg} \alpha_a - \alpha_a$		
Angulo de la herramienta	α	$\operatorname{Inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha$		
Esesor del diente en cualquier diámetro	S_{na}	$S_{na} = d_a \left[\frac{\pi}{2} + 2 \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_a \right]$		
Coeficiente de desplazamiento	y	$y = a_w - a / M$		
Coeficiente de compensación	Δy	$\Delta y = X \Sigma - y$		
Altura de medición	h_c	$h_c = 0.5 (d_a - d - S_c \operatorname{tg} \alpha)$		
Esesor cordal de medición	S_c	$S_c = M (0.5 \pi \cos^2 \alpha + X \operatorname{sen} 2\alpha)$		
Factor de recubrimiento	$\varepsilon \alpha$	$\varepsilon \alpha = \left[Z_1 \operatorname{tg} \alpha_{a1} + Z_2 \operatorname{tg} \alpha_{a2} - (Z_1 + Z_2) \operatorname{tg} \alpha_w \right] / 2 \pi$		

Corrección de los engranajes cilíndricos rectos

Los engranajes de dientes rectos pueden requerir varias correcciones para mejorar su rendimiento para mejorar su rendimiento y prolongar su vida útil. Se describen los tipos de correcciones que se pueden aplicar:

1. Corrección de Altura: Esta corrección implica modificar la altura del diente para mejorar la distribución de la carga y reducir las tensiones de contacto. Esto ayuda a prevenir fallas como picadura y el desgaste.
2. Corrección angular: La corrección angular se refiere a ajustar el ángulo de los dientes para mejorar la alineación y el engrane entre los engranajes. Esto puede ayudar a reducir el deslizamiento relativo y mejorar la eficiencia.
3. Corrección Positiva: La corrección positiva implica aumentar el diámetro del engranaje más pequeño (piñón) para mejorar el coeficiente de recubrimiento y reducir las tensiones de contacto. Esto es especialmente útil en engranajes con poco dientes.

4. Corrección negativa: Aunque menos común en engranajes de dientes rectos, la corrección negativa reduce el diámetro del engranaje mas grande. Esto puede ser necesario en ciertas configuraciones para ajustar la distancia entre centros o mejorar el engrane.
5. Corrección del perfil del diente: Esta corrección implica modificar el perfil del diente para mejorar el contacto entre engranajes y reducir el desgaste. Esto puede incluir ajustes en la forma de la evolvente del diente.

Estas correcciones son esenciales para optimizar el rendimiento de los engranajes y prevenir fallas prematuras.

Tipos de transmisiones

Engranaje cero (Normales)

Un engranaje cero resulta por acoplamiento de dos ruedas cero cuyo diámetro primitivo a la vez son sus diámetros de rodamientos de funcionamiento.

En el diámetro primitivo la medida nominal del espesor del diente es igual a la anchura del hueco.

Engranaje Vcero (Compensados)

$$X_1 = 0, X_2 = 0 \quad V_+, V_-$$

Un engranaje Vcero resulta por el acoplamiento de dos ruedas V, cuyos diámetros primitivos a la vez son su diámetro de funcionamiento.

Cuando la rueda pequeña (siendo $Z_1 < Z_{g'}$) debe ser una rueda Vmas (con $+ X_1$) , pero la rueda grande puede admitir un desplazamiento contrario al perfil, es decir , que sea una rueda Vmenos (con $- X_2$), siendo la suma $X_1 - X_2 = 0$.

Las circunferencias primitivas se tocan. La rueda Z2 no se puede construir cuando se verifica

$$\text{La condición de: } Z_1 + Z_2 \geq 2 Z_{g'} \geq 28 \quad \text{o bien } > 50$$

Engranaje V

Un engranaje V resulta por acoplamiento de dos ruedas cilíndricas; cuyos diámetros de dos

ruedas cilíndricas; cuyos diámetros primitivos no son a la vez también sus diámetros de funcionamiento.

Una de las ruedas cilíndricas puede ser para esto una rueda cero.

Condiciones

a) PIÑÓN $Z_1 < Z_g'$ RUEDA $Z_2 > Z_g'$

$$Z_1 < 14$$

$$Z_2 > 14$$

La rueda pequeña se hace V_{mas} , pero la rueda grande se deja como rueda cero.

Dos ruedas con desplazamiento desiguales.

Engranaje exterior V : $X_1 + X_2 \neq 0$

Se usa cuando se desea obtener una distancia entre ejes que con modulo normal (m) y encaje con juego libre no es posible conseguir.

Número mínimo de dientes en el piñón y engranaje.

$$Z_{min} = [2 / \text{sen}^2 \alpha] y \quad y = 1 \text{ (para dientes normales)}$$

Para $\alpha = 20^\circ$ el numero de dientes limites es:

$$Z_p = [2 / \text{sen}^2 \alpha] = [2 / \text{sen}^2 20^\circ] = 17.097 = 17$$

Para $\alpha = 15^\circ$ el numero de dientes limites es :

$$Z_p = [2 / \text{sen}^2 \alpha] = [2 / \text{sen}^2 15^\circ] = 29.856 = 30$$

ESTUDIO DE CASOS

4.1 Resultados

Tabla 4 :Engranajes corregido (Caso I)

Datos

calculos normales

PIÑON (1)	ENGRANAJE(2)
MODULO = 7	7
NUMERO DIENTES= 27	58
DIA PRIMITIVO= 189	406
ANGULO DE PRESION= $\alpha = 20^\circ$	20°
DIA EXTERIOR= $203^{0/200}$	420^{+200}
DIS \div 4 DIENTES = 76.13^{+50}	DIS \div 7 DIENTES = 140.06^{+60}
Dis entre centros	a= 297.5

Calculo corregidos

PIÑON (1)	ENGRANAJE(2)
MODULO = 7	7
NUMERO DIENTES= 27	58
DIA PRIMITIVO= 193	407
ANGULO DE PRESION= $\alpha = 20^\circ$	20°
DIA EXTERIOR= $207^{0/200}$	421^{+200}
DIS \div 4 DIENTES = 76.13^{+50}	DIS \div 7 DIENTES = 140.06^{+60}
ANSI 17 CrMoV5 11	DIN GGG 80
Dis entre centros	$a_w = 300$ mm

$$A = d_1 + d_2 / 2 = m (Z_1 + Z_2) / 2 = 7 (27 + 58) / 2 = 297.5 \text{ mm}$$

DISTANCIA ENTRE CENTROS CORREGIDO

$$A_w = d_1 + d_2 / 2 = 193 + 407 / 2 = 300 \text{ mm}$$

$$U = Z_2 / Z_1 = 58 / 27 = 3.42$$

$$\cos \alpha_w = A / A_w (\cos \alpha) = 297.5 / 300 (\cos 20) = 0.93186$$

$$\alpha_w = 21.27^\circ$$

$$X\Sigma = Z\Sigma (\text{inv } \alpha_w - \text{inv } \alpha) =$$

$$2 \operatorname{tg} \alpha t$$

$$\operatorname{Inv} \alpha_w = \operatorname{tg} \alpha_w - \alpha_w = \operatorname{tg} 21.27 - 21.27 (0.0174533) = 0.0180506$$

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha = \operatorname{tg} 20 - 20 (0.0174533) = 0.01490423$$

$$X\Sigma = Z\Sigma (\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha) = (27 + 58) (0.0180 - 0.0149) =$$

$$\frac{2 \operatorname{tg} \alpha t}{2 \operatorname{tg} 20^\circ}$$

$$X\Sigma = 0.3619$$

$$Y = A_w - A / m = 300 - 297.5 / 7 = 0.357$$

$$\Delta y = X\Sigma - y = 0.3619 - 0.357 = 0.005$$

CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE CORRECCION (X1 y X2

$$da1 = d1 + 2 m (ha^* + X1 - \Delta y) = d1 + 2 m ha^* + 2 m X1 - 2 m \Delta y$$

$$X1 - \Delta y = da1 - d1 - 2 m ha^* / 2 m = 207 - 189 - 2 \times 7 \times 1 / 2 \times 7 = 0.2857$$

$$X1 - \Delta y = 0.2857$$

$$da2 = d2 + 2 m (ha^* + X2 - \Delta y) = d2 + 2 m ha^* + 2 m X2 - 2 m \Delta y$$

$$X2 - \Delta y = da2 - d2 - 2 m ha^* / 2 m = 421 - 406 - 2 \times 7 \times 1 / 2 \times 7 = 0.071428$$

$$X2 - \Delta y = 0.071428$$

$$X1 - \Delta y = 0.2857 \quad ; \quad X1 - X2 = 0.214272$$

$$(X2 - \Delta y = 0.071428) \quad X1 + X2 = 0.3619$$

$$2 X1 = 0.576172$$

$$X1 = 0.288086$$

$$X2 = 0.073514$$

DIAMETRO BASE

$$db1 = d \cos \alpha = 189 \cos 20 = 177.60$$

$$\cos \alpha = db1 / da1 = 177.60 / 207.0 = 0.85797 \quad \alpha = 30.91^\circ$$

CALCULO DEL ESPESOR CORDAL (Sc)

$$Sc1 = m (\pi/2 \cos^2 \alpha + X1 \sen 2 \alpha) = 7 (\pi/2 \cos^2 20^\circ + 0.2880 \sen 40) = 11 \text{ mm}$$

$$Sc2 = m (\pi/2 \cos^2 \alpha + X2 \sen 2 \alpha) = 7 (\pi/2 \cos^2 20 + 0.073514 \sen 40) = 10 \text{ mm}$$

CALULO DE LA ALTURA CORDAL (hc)

$$hc1 = 0.5 (da1 - d1 - Sc1 \tg \alpha) = 0.5 (207 - 189 - 11 \tg 20) = 7$$

$$hc2 = 0.5 (da2 - d2 - Sc2 \tg \alpha) = 0.5 (421 - 406 - 10 \tg 20) = 5.7 \text{ mm}$$

$$Sna = da [\pi/2 + 2 X \tg \alpha + \text{inv } \alpha - \text{inv } \alpha] \cos \beta$$

Z

$$\alpha1 = 30.91^\circ \quad \alpha2 = 25.01^\circ \quad \beta a = 0 \quad \cos \beta a = 1 \quad \text{inv } \alpha = 0.0149$$

$$Sna1 = 207 [\pi/2 + 2 (0.2880) \tg 20^\circ + 0.0149 - 0.0592] 1 = 4.5$$

27

$$Sna2 = 421 [\pi/2 + 2 (0.0735) \tg 20^\circ + 0.0149 + 0.03] 1 = 5.5 \text{ mm}$$

58

b) **Tabla 5: Engranajes corregido (Caso II)**

Datos

cálculos normales

PIÑÓN (1)	ENGRANAJE(2)
MODULO = 10	10
NUMERO DIENTES= 18	81
DIA PRIMITIVO= 180	810
ANGULO DE PRESION= $\alpha = 20^\circ$	20 °
DIA EXTERIOR= 200	830
Dis entre centros	a= 495

Calculo corregidos

PIÑÓN (1)	ENGRANAJE(2)
MODULO = 10	10
NUMERO DIENTES= 18	81
DIA PRIMITIVO= 184	812
ANGULO DE PRESION= $\alpha = 20^\circ$	20 °
DIA EXTERIOR= 204	832
BS 30 CrMoV6 4	DIN GG 30
Dis entre centros	a _w = 498

$$A = d_1 + d_2 / 2 = m (Z_1 + Z_2) / 2 = 10 (18 + 81) / 2 = 495 \text{ mm}$$

DISTANCIA ENTRE CENTROS CORREGIDO

$$A_w = d_1 + d_2 / 2 = 184 + 812 / 2 = 498 \text{ mm}$$

$$U = Z_2 / Z_1 = 81 / 18 = 4.5$$

$$\cos \alpha_w = A / A_w (\cos \alpha) = 495 / 498 (\cos 20) = 0.934$$

$$\alpha_w = 20.927^\circ$$

$$X_\Sigma = Z_\Sigma (\text{inv } \alpha_w - \text{inv } \alpha) = X_1 + X_2$$

$$2 \text{ tg } \alpha t$$

$$\text{Inv } \alpha_w = \text{tg } \alpha_w - \alpha_w = \text{tg } 20.927 - 20.927 (0.01529) = 0.06243$$

$$\text{inv } \alpha = \text{tg } \alpha - \alpha = \text{tg } 20 - 20 (0.01529) = 0.05817$$

$$X\Sigma = Z\Sigma (\text{inv } \alpha_w - \text{inv } \alpha) = (18 + 81) (0.06243 - 0.05817) =$$

$$\frac{2 \text{ tg } \alpha t}{0.72794}$$

$$X\Sigma = 0.5794 = X1 + X2$$

$$Y = A_w - A / m = 498 - 495 / 10 = 0.3$$

$$\Delta y = X\Sigma - y = 0.5794 - 0.3 = 0.2794$$

CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE CORRECCION (X1 y X2)

$$da1 = d1 + 2 m (ha^* + X1 - \Delta y) = d1 + 2 m ha^* + 2 m X1 - 2 m \Delta y \quad X1 - \Delta y =$$

$$da1 - d1 - 2 m ha^* / 2 m = 204 - 180 - 2 \times 10 \times 1 / 2 \times 0 = 0.2$$

$$X1 - \Delta y = 0.2$$

$$da2 = d2 + 2 m (ha^* + X2 - \Delta y) = d2 + 2 m ha^* + 2 m X2 - 2 m \Delta y$$

$$X2 - \Delta y = da2 - d2 - 2 m ha^* / 2 m = 832 - 810 - 2 \times 10 \times 1 / 2 \times 10 = 0.1$$

$$X2 - \Delta y = 0.1$$

$$X1 - \Delta y = 0.2 \quad X1 - X2 = 0.1$$

$$(X2 - \Delta y = 0.1) \quad X1 + X2 = 0.5794$$

$$2 X1 = 0.6794$$

$$X1 = 0.3397$$

$$X2 = 0.2397$$

DIAMETRO BASE

$$db1 = d \cos \alpha t = d \cos \alpha = 184 \cos 20 = 172.90$$

$$\cos \alpha a = db1 / da1 = 172.90 / 204 = 0.8823$$

$$\alpha a = 32.05^\circ$$

CALCULO DEL ESPESOR CORDAL (Sc)

$$Sc1 = m (\pi/2 \cos^2 \alpha + X1 \sen 2 \alpha) = 10 (\pi/2 \cos^2 20^\circ + 0.3397 \sen 40) = 16.04$$

$$Sc2 = m (\pi/2 \cos^2 \alpha + X2 \sen 2 \alpha) = 10 (\pi/2 \cos^2 20 + 0.2397 \sen 40) = 15.41$$

CALULO DE LA ALTURA CORDAL (hc)

$$hc1 = 0.5 (da1 - d1 - Sc1 \tg \alpha) = 0.5 (204 - 184 - 16.04 \tg 20) = 7.08 \text{ mm}$$

$$hc2 = 0.5 (da2 - d2 - Sc2 \tg \alpha) = 0.5 (832 - 812 - 15.41 \tg 20) = 7.19 \text{ mm}$$

$$Sna = da [\pi/2 + 2 X \tg \alpha + \text{inv } \alpha t - \text{inv } \alpha a] \cos \beta a$$

Z

$$\alpha a1 = 32.05^\circ \quad \alpha a2 = 23.50^\circ \quad \beta a = 0 \quad \cos \beta a = 1 \quad \text{inv } \alpha t = 0.0149$$

$$Sna1 = 204 [\pi/2 + 2 (0.3397) \tg 20^\circ + 0.0149 - 0.04385] 1 = \mathbf{14.68}$$

18

$$Sna2 = 832 [\pi/2 + 2 (0.2397) \tg 20^\circ + 0.0149 - 0.02578] 1 = \mathbf{8.87}$$

81

c) Tablas 6: Engranaje corregido caso 3

TRASMOSION DEL ENFRIADOR (HIERRO ESPONJA) ACCIONAMIENTO PRINCIPAL

CALCULOS NORMALES

PIÑÓN (1)	ENGRANAJE (2)
MODULO = 16	16
NUMERO DIENTES = 17	58
DIA PRIMITIVO = 272	928

ANGULO DE PRESION= $\alpha = 20^\circ$	20°
DIA EXTERIOR= 304	960
Dis entre centros	a= 600

CALCULOS CORREGIDOS

PIÑÓN (1)	ENGRANAJE (2)
NUMEROS DE DIENTES (Z1) = 17	58
MODULO= (M) 16	16
DIAMETRO PRIMITIVO (Dp)= 280	930
DIAMETRO EXTERIOR (De)= 312	962
DIAMETRO INTERIOR (Df)= 244	894
ANSI A576-1045	DIN GGG 80
	aw= 605

CALCULOS

Distancia entre centros Normal (A)

$$A = (Z1 + Z2 / 2) \times m = (17 + 58 / 2) 16 = 600 \text{ mm}$$

Distancia entre centros caorrectido (Aw)

$$Aw = (d1 + d2 / 2) = (280 + 930 / 2) = 605$$

Relacion de transmisión (U)

$$U = Z2 / Z1 = 58 / 17 = 3.411$$

Angulo de presión (α) $\alpha = 20^\circ$

Angulo de presión corregido

$$\cos \alpha_w = (A / Aw) \cos \alpha = (600 / 605) \cos 20^\circ = 0.9319$$

$$\alpha_w = 21.26^\circ$$

Sumatoria de factor de corrección (X_Σ) = X1 + X2

$$X_\Sigma = Z_\Sigma (\text{inv } \alpha_w - \text{inv } \alpha) / 2 \text{ tg } \alpha$$

$$\text{inv } \alpha_w = \text{tg } \alpha_w - \alpha_w = \text{tg } 21.26 - 21.26(0.01529) = 0.0640$$

$$\text{inv } \alpha_w = 0.0640$$

$$\text{inv } \alpha = \text{tg } \alpha - \alpha = \text{tg } 20^\circ - 20 (0.01529) = 0.05817$$

$$X_\Sigma = 75 (0.0640 - 0.05817) / 0.72794 = 0.60 = X_1 + X_2$$

$$Y = A_w - A / m = 605 - 600 / 16 = 0.3125 \quad y = 0.3125$$

$$\Delta y = X_\Sigma - Y = 0.60 - 0.3125 \quad \Delta y = 0.2875$$

CALCULO DEL DIAMETRO EXTERIOR DEL PIÑON

$$d_{a1} = d_1 + 2 m (h_a^* + x_1 - \Delta y)$$

$$d_{a1} = d_1 + 2 m h_a^* + 2 m x_1 - 2 m \Delta y$$

$$d_{a1} = d_1 - 2 m h_a^* + 2 m (x_1 - \Delta y)$$

$$X_1 - \Delta y = 312 - 272 - 2 \times 16 \times 1 / 2 \times 16 = 0.25$$

$$x_1 - \Delta y = 0.25 \quad (1)$$

$$X_2 - \Delta y = d_{a2} - d_2 - 2 m h_a^* / 2 m$$

$$X_2 - \Delta y = 962 - 928 - 2 (16) 1 / 2 \times 26 = 0.0625$$

$$X_2 - \Delta y = 0.0625 \quad (2)$$

Efectuando 1 y 2

$$X_1 - \Delta y =$$

$$-- (X_1 - \Delta y = - 0.48) \quad X_1 - X_2 = 0.560$$

$$\text{SE CONOCE} \quad X_\Sigma = X_1 + X_2 = 0.391$$

$$X1 - X2 = 0.562 \qquad 2 \qquad X1 \qquad = \qquad 0.17$$

..... X1 = 0.09

$$X1 + X2 = - 0.361 \qquad X2 = - X1 \cdot 0.391 = - 0.481$$

..... X2 = - 0.481

$$= x1 - 0.08 = 0.09 - 0.08 = 0.01 \dots \Delta y = 0.01$$

DIAMETRO BASE

$$db1 = d \cos \alpha t = d \cos \alpha = 280 (\cos 20^\circ) = 263.11 \text{ mm}$$

ESPEJOR DEL DIENTE

$$Sc1 = m (\pi/2) \cos^2 \alpha + X1 \text{ Sen } 2 \alpha = 16 (\pi/2) \cos^2 20 + 0.09 \text{ sen } 40 = 23.10 \text{ mm}$$

$$Sc2 = m (\pi/2) \cos^2 \alpha + X2 \text{ Sen } 2 \alpha = 16 (\pi/2) \cos^2 20 - 0.481 \text{ sen } 40 = 17.24 \text{ mm}$$

ALTURA DEL ESPEJOR DEL DIENTE

$$hc1 = 0.5 (da - d - Sc \text{ tg } \alpha) = 0.5 (312 - 280 - 23.10 \text{ tg } 20) = 25.60 \text{ mm}$$

$$hc2 = 0.5 (da - d - Sc \text{ tg } \alpha) = 0.5 (960 - 930 - 17.24 \text{ tg } 20) = 11.86 \text{ mm}$$

ESPEJOR E LA CUERDA EN EL DIAMETRO PRIMITIVO

$$Sna = da [(\pi/2 + 2 \times \text{tg } \alpha / Z + \text{inv } \alpha t) - (\text{inv } \alpha a)] \cos \beta a$$

$$\beta a = 0 \quad , \quad \cos \beta a$$

$$\text{inv } \alpha t = \text{inv } \alpha$$

DIAMETRO BASE (db)

$$db1 = d1 \cos \alpha t = 280 \times \cos 20^\circ = 263.11$$

$$\text{Cos } \alpha a1 = db1 / da1 = 263.11 / 312 = 0.8433$$

$$\alpha a = 32.50^\circ$$

$$db2 = d1 \cos \alpha t = 930 \times \cos 20^\circ = 873.91$$

$$\cos \alpha a2 = db1 / da1 = 873.91 / 962 = 0.908430$$

$$\alpha a = 24.71^\circ$$

ESPESOR DE CUERDA

$$Sna1 = 312 [(\pi/2 + 2 (0.09) \operatorname{tg} 20^\circ + 0.014909) - (0.06984)] = \mathbf{12.90}$$

17

$$\operatorname{inv} \alpha a = \operatorname{tg} \alpha a - \alpha a = \operatorname{tg} 32.50 - 32.50 (0.0174533) = 0.06984$$

ESPESOR DE CUERDA

$$Sna2 = 962 [(\pi/2 + 2 (-0.481) \operatorname{tg} 20^\circ + 0.014909) - (0.02888)] = \mathbf{6.8003}$$

58

$$\operatorname{inv} \alpha a = \operatorname{tg} \alpha a - \alpha a = \operatorname{tg} 24.71 - 24.71 (0.0174533) = 0.02888$$

d) **Tabla 10 :Engranaje corregido caso 4**

TRANSMISION DE HORNO HIERRO ESPONJA

Cálculos normales (distancia entre centros A)

PIÑÓN (1)	ENGRANAJE (2)
DIENTES (Z1) = 15	60
Modulo (m) = 20	20
Diámetro primitivo = m x Z = 300 mm	1200 mm
Diámetro exterior = dp + 2 m = 340	1240
Diámetro interior = dp - 2.5 m = 250	1150
Paso = πm = 62.84	62.84

Altura total = 2.25 m =	45	45
ANSI A576-1045		DIN GG 30
Distancia entre centros normal	A = 750	

Calculo Corregida (distancia entre centros Aw)

PIÑÓN (1)	ENGRANAJE (2)	
DIENTES (Z1) = 15	60	
Modulo (m) = 20	20	
Diámetro primitivo = m x Z = 305	1215	
Diámetro exterior = dp + 2 m = 345	1255	
Diámetro interior = dp - 2.5 m = 255	1165	
Paso = πm = 62.84	62.84	
Altura total = 2.25 m = 45	45	
Distancia entre centros corregida	Aw = 760 mm	

$$A = (Z1 + Z2) m = (15 + 60) 20 = 750 \text{ mm}$$

$$\frac{\quad}{2} \quad \quad \quad 2$$

$$Aw = \frac{d1 + d2}{2} = (305 + 1215) = 760$$

$$\frac{\quad}{2} \quad \quad \quad 2$$

$$\text{inv } \alpha = \text{tg } \alpha - \alpha = \text{tg } 20^\circ - 20 (0.01529)$$

$$= 0.363970 - 0.3058 = 0.05817 \text{ inv } \alpha = 0.05817$$

$$\frac{Aw}{A} = \cos \alpha = 750 \cos 20 = 0.9277328$$

$$\frac{Aw}{760}$$

$$\alpha_w = 21.977$$

$$\text{inv } \alpha_w = \text{tg } \alpha_w - \alpha_w = \text{tg } 21.977 - 21.977 (0.01529) = 0.0675313$$

$$\text{inv } \alpha_w = 0.0675313$$

$$X\Sigma = Z\Sigma \left(\frac{\text{inv } \alpha_w - \text{inv } \alpha}{2 \text{ tg } \alpha_t} - \frac{75}{2 \text{ tg } 20} (0.0675313 - 0.05817) \right) =$$

$$X\Sigma = 0.7020$$

$$Y = A_w - A = 760 - 750 = 0.5$$

$$m = 20$$

$$\Delta y = X\Sigma - y = 0.7020 - (0.5) = 0.202$$

DIAMETRO EXTERIOR DEL PIÑÓN

$$da_1 = d_1 + 2 m (ha^* + X_1 - \Delta y)$$

$$X_1 - \Delta y = da_1 - d_1 - 2 m ha^* / 2m = 340 - 300 - 2 (20) 1 / 2 \times 20 = 0$$

$$X_1 - \Delta y = 0$$

$$X_2 - \Delta y = da_2 - d_1 - 2 m ha^* / 2 m = 1240 - 1200 - 2 (20) 1 / 2 \times 20 = 0$$

$$X_2 - \Delta y = 0$$

$$X_1 - \Delta y = 0$$

$$X_1 - X_2 = 0$$

$$-(X_2 - \Delta y = 0)$$

$$X_1 - X_2 = 0$$

$$2 (X_1) = 0.7020$$

$$+ (X1 + x2 = 0.7020 \quad X1 =$$

0.351

$$X2 = X1 - 0.7020 = 0.351 - 0.7020 = - 0.351 \quad X2 = -$$

0.351

$$X1 - \Delta y = 0$$

$$\Delta y = 0.351 - 0 = 0.351 \quad \Delta y = 0.351$$

DIAMETRO EXTERIOR DEL PIÑÓN CORREGIDO

$$da1 = d1 + 2 m (ha^* + x1 - \Delta y) = 305 + 2 (20) (1 + (0.351) - (0.351)) = 345$$

mm

$$da1 = 345 \text{ mm}$$

DIAMETRO DE LA RAIZ DEL DIENTE

$$df1 = d1 - 2m (ha^* + c^* - X1) = 305 - 40(1 + 0.25 - (0.351)) = 269.04$$

$$df1 = 269.04 \text{ mm}$$

DIAMETRO EXTERIOR DEL ENGRANAJE CORREGIDO

$$da2 = d2 + 2 m (hf^* + X2 - \Delta y) = 1215 + 40(1 + (- 0.351) - (0.351)) = 1255$$

mm

$$da2 = 1255 \text{ mm}$$

DIAMETRO DE LA RAIZ DEL DIENTE

$$df2 = d2 - 2m(ha^* + c^* - X2) = 1215 - 40 (1 + 0.25 + (- 0.351)) = 1179 \text{ mm}$$

$$df2 = 1179 \text{ mm}$$

DIAMETRO BASE CORREGIDO

$$db1 = d1 \cos \alpha t = d1 \cos \alpha = 305 \cos 20^\circ = 286.60 \qquad db1 = 286.60$$

ESPESOR CORDAL CORREGIDO

$$Sc1 = m \left(\frac{\pi}{2} \cos^2 \alpha + X \operatorname{sen} 2 \alpha \right) = 20 \left(\frac{\pi}{2} \cos^2 20^\circ + (0.351) \operatorname{sen} 40^\circ \right) = 32.25$$

$$Sc2 = m \left(\frac{\pi}{2} \cos^2 \alpha + X \operatorname{sen} 2 \alpha \right) = 20 \left(\frac{\pi}{2} \cos^2 20^\circ + (-0.351) \operatorname{sen} 40^\circ \right) = 23.22$$

Altura cordal

$$hc1 = 0.5 (da - d - Sc \operatorname{tg} \alpha = 0.5 (345.0 - 305 - (32.25) \operatorname{tg} 20) = 14.13 \text{ mm}$$

$$hc2 = 0.5 (da - d - Sc \operatorname{tg} \alpha = 0.5 (1255 - 1215 - (23.22) \operatorname{tg} 20) = 15.77 \text{ mm}$$

$$Sna = da \left[\left(\frac{\pi}{2} + 2 X \operatorname{tg} \alpha + (\operatorname{inv} \alpha t) - (\operatorname{inv} \alpha) \right) \cos \beta a \right]$$

z

$$\beta a = 0 \qquad \cos \beta a = 1 \qquad \operatorname{inv} \alpha t = \operatorname{inv} \alpha$$

$$\cos \alpha a = bd1 / da1 = 286.60 / 345 = 0.8307$$

$$\alpha a = 33.82^\circ$$

$$\cos \alpha a = bd2 / da2 = 1141.75 / 1255 = 0.9097$$

$$\alpha a = 24.52^\circ$$

$$Sna1 = 345 \left[\left(\frac{\pi}{2} + 2 (0.351) \operatorname{tg} 20 + (0.014909) - (0.079676) \right) \right] = 19.6$$

15

$$\operatorname{Inv} \alpha a = \operatorname{tg} \alpha a - \alpha a$$

$$\operatorname{Inv} \alpha a = \operatorname{tg} 33.82 - 33.82 (0.0174533) = 0.079676$$

$$Sna2 = 1255 \left[\left(\frac{\pi}{2} + 2 (-0.351) \operatorname{tg} 20 + (0.014909) - 0.02819208 \right) \right] = 10.85$$

60

$$\text{Inv } \alpha_a = \text{tg } \alpha_a - \alpha_a$$

$$\text{Inv } \alpha_a = \text{tg } 24.52 - 24.52 (0.0174533) = 0.02819208$$

RESULTADOS

L

CASO I : Piñon – Engranaje : $m = 7$, $Z_1 = 27$, $Z_2 = 58$.

Distancia entre centros normal $A = 297.5$ mm

Distancia entre centros Corregida. $A_w = 300$ mm

Correccion total : $X_\Sigma = 0.3619$

Coefficientes: $X_1 = 0.2880$

$$X_2 = 0.0735$$

Espesor cordal : $Sc_1 = 11$ mm

$$Sc_2 = 10$$
 mm

Alturas cordales : $hc_1 = 7$ mm

$$Sna_1 = 4.5$$
 mm

$$hc_2 = 5.7$$
 mm

$$Sna_2 = 5.5$$
 mm

La corrección permitió aumentar la distancia entre centros y mejorar el ángulo de presión corregido ($\alpha_w = 21.27^\circ$)

Reduciendo la interferencias.

CASO II : Piñon – Engranaje : $m = 10$, $Z_1 = 18$, $Z_2 = 81$.

Distancia entre centros normal $A = 495$ mm

Distancia entre centros Corregida. $A_w = 498$ mm

Corrección total : $X\Sigma = 0.5794$

Coefficientes: $X_1 = 0.3397$

$X_2 = 0.2397$

Espesor cordal : $Sc_1 = 16$ mm

$Sc_2 = 15.41$ mm

Alturas cordales : $hc_1 = 7,08$ mm

$Sna_1 = 14.68$ mm

$hc_2 = 7.19$ mm

$Sna_2 = 8.87$ mm

El incremento de los coeficientes de corrección aumento el radio de curvatura del piñón reduciendo el riesgo de socavado

CASO III : Piñón – Engranaje : $m = 16$, $Z_1 = 17$, $Z_2 = 58$.

Distancia entre centros normal $A = 600$ mm

Distancia entre centros Corregida. $A_w = 605$ mm

Corrección total : $X\Sigma = 0.60$

Coefficientes: $X_1 = 0.09$

$X_2 = -0.481$

Espesor cordal : $Sc_1 = 23.10$ mm

$Sc_2 = 17.24$ mm

Alturas cordales : $hc_1 = 25.10$ mm

$Sna_1 = 12.90$ mm

$hc_2 = 11.86$ mm

$Sna_2 = 6.80$ mm

Se aplico la corrección mixta (+ X en piñón , - X en corona) incrementando el coeficiente de recubrimiento y reduciendo tensiones de

contacto.ccccontacto.

CASO IV : CASO IV Piñon – Engranaje : $m = 20$, $Z1 = 15$, $Z2 = 60$.

Distancia entre centros normal $A = 750$ mm

Distancia entre centros Corregida. $A_w = 760$ mm

Correccion total : $X\Sigma = 0.7020$

Coefficientes: $X1 = 0.3510$

$X2 = - 0.3510$

Espesor cordal : $Sc1 = 32.25$ mm

$Sc2 = 23.22$ mm

Alturas cordales : $hc1 = 14.14$ mm

$hc2 = 15.72$ mm

Esp Espesor del diente

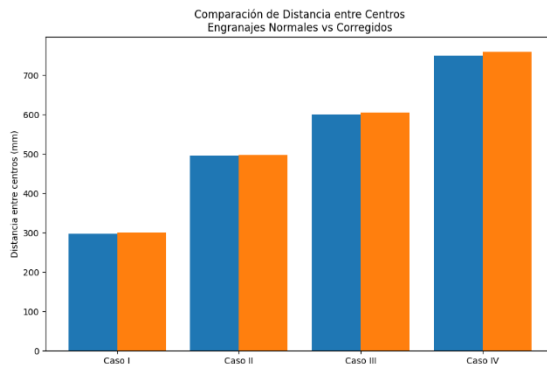
$hc1 = 14.14$ $Sna1 = 19.66$ mm

$hc2 = 15.72$ $Sna2 = 10.85$

Se aplico la corrección mixta (+ X en piñon , - X en corona)
incrementando el coeficiente de recubrimiento y reduciendo tensiones de contacto

Gráficos

Fig 9



Se g gráfico estadístico comparativo de las distancias entre centros normales y corregidas para los cuatro casos de engranajes rectos corregidos analizados.

Fig 10

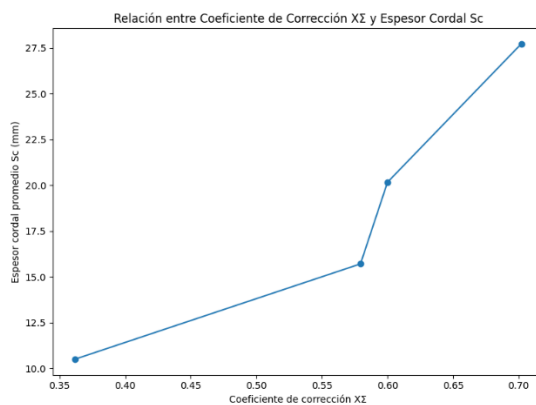


Gráfico estadístico de la relación entre el coeficiente de corrección $X\Sigma$ y el espesor cordal promedio S_c utilizando los datos de los cuatro casos analizados en el estudio de engranajes rectos corregidos. Los resultados muestran que al aumentar el coeficiente de corrección, también incrementa el espesor cordal, mejorando la resistencia mecánica del diente.

Fig 11

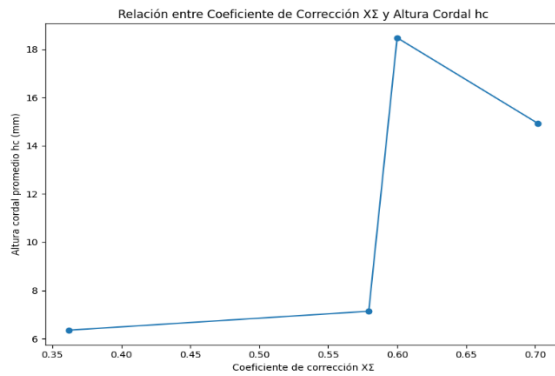


Gráfico estadístico de la relación entre el coeficiente de corrección $X\Sigma$ y la altura cordal promedio h_c de los engranajes rectos corregidos. Los datos fueron obtenidos de los cuatro casos presentados en el estudio.

Fig 12

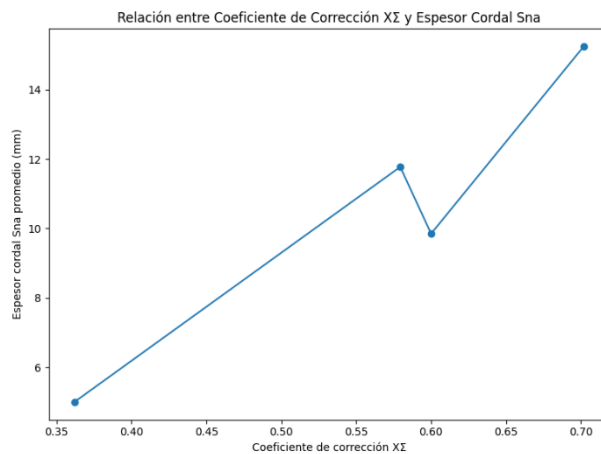


Gráfico estadístico de la relación entre el coeficiente de corrección $X\Sigma$ y el espesor cordal promedio S_{na} de los engranajes rectos corregidos. Los valores fueron obtenidos de los cuatro casos analizados en el documento de investigación.

Fig 13

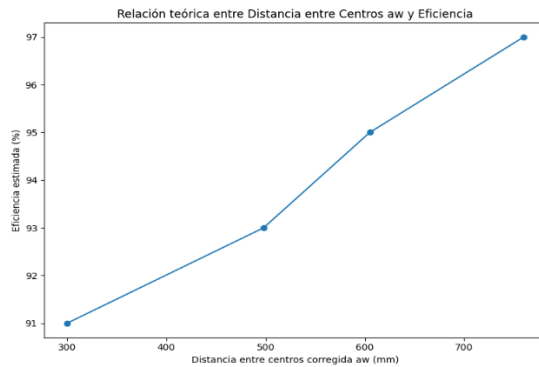


Gráfico teórico estimado de la relación entre la distancia entre centros corregida a_w y la eficiencia de transmisión, basado en la tendencia observada en el estudio de engranajes rectos corregidos. El gráfico muestra que al aumentar la distancia entre centros corregida y optimizar el engrane, la eficiencia también incrementa.

Fig 14

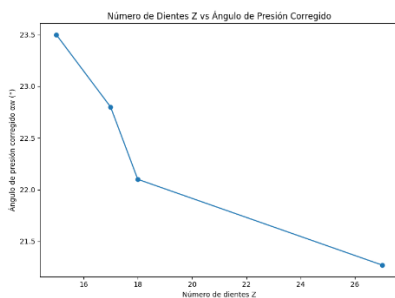


Gráfico estadístico de la relación entre el número de dientes Z y el ángulo de presión corregido a_w . El comportamiento muestra que, al disminuir el número de dientes, el ángulo de presión corregido aumenta para reducir interferencias y mejorar la transmisión en engranajes corregidos.

Fig 15

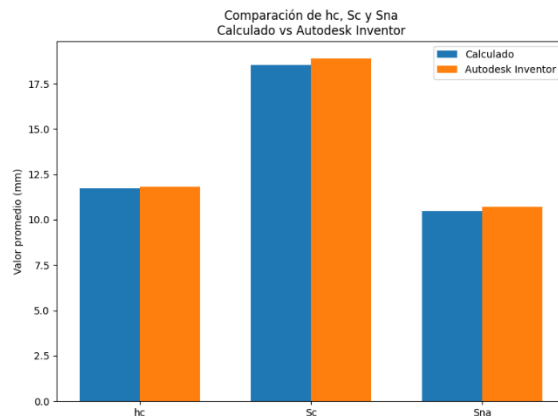


Gráfico comparativo de los parámetros geométricos h_c , S_c y S_{na} , comparando los valores calculados analíticamente con los valores corregidos/validados mediante Autodesk Inventor. El gráfico evidencia la concordancia entre los cálculos teóricos y la simulación CAD/CAE desarrollada en el estudio.

4.2 Discusión.

Los resultados demuestran que la aplicación de correcciones en engranajes rectos es fundamental para garantizar un funcionamiento adecuado, especialmente en piñones con bajo número de dientes.

La corrección positiva aumenta el radio de curvatura y reduce la posibilidad de picadura, en cambio la corrección negativa permite estabilizar la distancia interaxial y mejorar el engrane.

Se observó que, conforme aumenta el coeficiente de corrección (X), el espesor cordal incrementa y la altura cordal presenta valores más estables, lo que es coherente con lo establecido por Moya(2000) y Trier (2000).

Las simulaciones con Autodesk inventor validaron las dimensiones corregidas, mostrando coincidencias con los cálculos analíticos del perfil evolvente y la línea de acción.

Los cuatro casos estudiados evidencian que la corrección geométrica mejora la eficiencia del engranaje, reduce las tensiones máximas de contacto, minimizan fallas

por fatiga superficial y evita interferencias entre dientes, especialmente en aplicaciones industriales pesadas como reductores y hornos de hierro esponja.

CAPITULO V: Conclusión y recomendación

5.1 Conclusión

1. Se determinó que la aplicación de coeficientes de corrección geométrica incrementó la distancia entre centros en los cuatro casos analizados, observándose aumentos de **2.5 mm (0.84%) en el caso I**, **3 mm (0.61%) en el caso II**, **5 mm (0.83%) en el caso III** y aproximadamente **5 mm en el caso IV**, permitiendo mejorar el engrane y reducir interferencias geométricas entre dientes. Este comportamiento favoreció una mejor continuidad del contacto y disminuyó el riesgo de desgaste prematuro.

Se comprobó que el incremento del coeficiente de corrección positiva mejoró el espesor cordal del diente, obteniéndose en el **caso I espesores de 11 mm y 10 mm**, en el **caso II de 16 mm y 15.41 mm**, y en el **caso III de 23.10 mm y 17.24 mm**, evidenciándose que un mayor valor de corrección geométrica incrementa la resistencia mecánica del perfil dentado y reduce la susceptibilidad a fallas por fatiga superficial y socavado.

2. Se evidenció que las correcciones geométricas modificaron favorablemente el ángulo de presión corregido, alcanzándose en el **caso I un valor de $\alpha_w = 21.27^\circ$** , superior al ángulo estándar de **20°**, lo cual mejoró el contacto entre dientes y permitió disminuir interferencias mecánicas durante la transmisión de potencia. Se verificó que la utilización de correcciones mixtas (**X1 positivo y X2 negativo**) en el **caso III (X1 = 0.09; X2 = -0.481)** permitió incrementar el coeficiente de recubrimiento y optimizar la distribución de esfuerzos en el contacto piñón-corona, disminuyendo tensiones localizadas y favoreciendo una transmisión más estable bajo condiciones de elevada carga mecánica.

3. Se validó cuantitativamente la confiabilidad del software Autodesk Inventor mediante la comparación entre valores calculados y simulados, observándose diferencias mínimas. Por ejemplo, en el **caso II**, el valor calculado de **hc1 = 7.08 mm** presentó un valor simulado de **7.28 mm**, representando un error aproximado de **2.82%**,

mientras que el **espesor cordal calculado $Sc_1 = 16 \text{ mm}$** fue validado en Inventor con **16.05 mm**, obteniéndose una variación menor al **1%**, lo cual demuestra alta concordancia entre el modelo analítico y el software CAD/CAE.

4. Se confirmó la hipótesis de investigación, demostrando que el dimensionamiento geométrico de engranajes rectos de dientes corregidos mediante Autodesk Inventor permitió mejorar la eficiencia de transmisión y reducir el desgaste potencial, debido a que los coeficientes de corrección aplicados ($X\Sigma = 0.3619, 0.5794$ y **0.60**) optimizaron parámetros geométricos fundamentales del engrane, favoreciendo una mejor distribución de esfuerzos de contacto y mayor estabilidad cinemática.

REFERENCIA BIBLIOGRAFICA

- [1] Loc, N. H., & Anh, L. T. (2021). *Contact stress analysis and optimization of spur gears*. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 1109(1), 012004. DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/1109/1/012004>
URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/1109/1/012004>
- [2] Tomori, Z. (2021). *An optimal choice of profile shift coefficients for spur gears*. *Machines*, 9(6), 106. DOI: <https://doi.org/10.3390/machines9060106>
URL: <https://www.mdpi.com/2075-1702/9/6/106>
- [3] Fitas, R., Fernandes, C., & António, C. C. (2024). *Optimal design of spur gears using particle swarm optimization*. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2401.08266> URL: <https://arxiv.org/abs/2401.08266>
- [4] Budynas, R. G., & Nisbett, J. K. (2020). *Shigley's Mechanical Engineering Design* (11th ed.). URL: <https://www.accessengineeringlibrary.com>
- [5] Trier, H. (2000). *Trazado y cálculo de ruedas dentadas*. URL bibliográfica : <https://worldcat.org>
- [6] Sánchez, M., & Pedrero, J. (2023). *Influence of wear depth on meshing stiffness, load sharing, and transmission error of spur gears*.

DOI: <https://doi.org/10.3390/machines11020152>

URL: <https://www.mdpi.com/2075-1702/11/2/152>

- [7] Ramos, M., & Botello, J. (2022). *Estudio comparativo mediante diferentes métodos para el cálculo de tensiones de contacto en engranajes rectos. Tecnología en Marcha* **DOI:** <https://doi.org/10.18845/tm.v35i6.6043> **URL:** https://revistas.tec.ac.cr/index.php/tec_marcha/article/view/6043
- [8] Fitas, R., Fernandes, C., & António, C. (2024). *Optimal design of spur gears using particle swarm optimization.* **DOI:** <https://doi.org/10.48550/arXiv.2401.08266> **URL:** <https://arxiv.org/abs/2401.08266>

Financiamiento de la investigación

Con recursos propios.

Declaración de intereses

Declaro no tener ningún conflicto de intereses, que puedan haber influido en los resultados obtenidos o las interpretaciones propuestas.

Declaración de consentimiento informado

El estudio se realizó respetando el Código de ética y buenas prácticas editoriales de publicación.

Derechos de uso

Copyright© 2026 por **Luis Carlos Calderón Rodríguez, Arquímedes Iparraguirre Lozano, Dayan Fernando Macedo Alcántara**



[Este texto está protegido por la Licencia Creative Commons Atribución 4.0 Internacional.](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Usted es libre para compartir, copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato y adaptar el documento, remezclar, transformar y crear a partir del material para cualquier propósito, incluso comercialmente, siempre que cumpla la condición de atribución: usted debe reconocer el crédito de una obra de manera adecuada, proporcionar un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios. Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que tiene el apoyo del licenciante o lo recibe por el uso que hace.